Requerimientos de Capital y Ponderaciones de Riesgo para carteras de Microfinanzas: ¿Qué tan fuertes son estos requerimientos según Basilea?

Enrique Navarrete[1]

Abstracto: Este documento valida por medio de un modelo de simulación la observación empírica realizada por muchas instituciones en el sentido que, de adoptar el esquema de calificaciones internas de Basilea (IRB), el requerimiento de capital por pérdidas inesperadas para carteras de microfinanzas disminuiría considerablemente. Específicamente, se muestra que incluso cuando se utilizan correlaciones muy bajas por riesgo sistemático (0 % y 5 %) en un portafolio modelo, el percentil de pérdida del 99,9 % obtenido por simulación es mayor en un 17,3 % a 18,8 % respecto al requerimiento de capital propuesto por Basilea. De modo equivalente, se muestra que en el modelo de simulación se necesitan únicamente percentiles de pérdida de entre el 99,40 % y el 99,45 % para obtener el percentil del 99,9 % de Basilea. Esto puede ser preocupante ya que, como las pérdidas inesperadas se disparan al aumentar el valor de la correlación, si la correlación por riesgo sistemático para microcréditos es mucho más alta que los valores considerados, esto significaría que Basilea estaría capturando percentiles de pérdida cada vez menores y no el 99,9 % que supuestamente cubre, lo que pudiera poner en riesgo el capital de la Institución.[2]

Abstract: By means of a simulation model, this paper validates the empirical finding that the adoption of the Basel II internal ratings-based (IRB) framework would considerably diminish capital requirements for unexpected loss in microfinance credit portfolios. Specifically, it is shown that even when very low correlations for systematic risk are used in a sample portfolio (0 % and 5 %), the 99,9 % loss percentile obtained via simulation is 17,3 % to 18,8 % higher with respect to the capital requirement obtained using the IRB framework. Equivalently, it is shown that using the simulation model, loss percentiles ranging from 99,40 % to 99,45 % suffice to obtain the IRB 99,9 % loss percentile. This could be bothering since unexpected losses disparate as the value of the correlation increases; hence, if true values for correlations accounting for systematic risk in microfinance portfolios are much higher than those considered, the Basel II IRB approach would be accounting for loss percentiles much smaller than the 99,9 % that it supposedly covers, which could endanger economic capital.*

[1] Gerente General de Scalar Consulting y consultor internacional de riesgos financieros; enavarrete@grupoescalar.com

[2] La conclusión es radicalmente diferente a la obtenida en un estudio anterior, donde se muestra que para portafolios con exposiciones a PYMES, el esquema de Basilea es muy exigente.

* Please email for full English version.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

En este documento se calculan los requerimientos de capital para créditos destinados a la microempresa según el modelo de Basilea y se contrastan con los resultados producidos por un modelo de simulación de Monte Carlo. El objetivo es comparar los indicadores de pérdida producidos por ambos modelos y evaluar qué tan estrictos son los requerimientos de capital para la cartera de microempresa según el esquema de Basilea. Cabe destacar que el modelo de simulación utiliza los mismos supuestos básicos que Basilea, por lo que en principio se deberían obtener resultados comparables.

El presente estudio tiene como antecedente un documento donde se muestra que el esquema de Basilea es muy riguroso en el cálculo de requerimientos de capital para créditos concedidos al sector PYMES.[3]

1) PÉRDIDAS ESPERADAS E INESPERADAS

Podemos distinguir en general dos componentes para pérdidas potenciales por riesgo de crédito: un componente proveniente por pérdida esperada (EL, ó *Expected Loss*), que tiene que ver con la *media* o el promedio histórico de pérdida, y uno por pérdida inesperada (UL, ó *Unexpected Loss*), que tiene que ver con una medida de *dispersión* de las pérdidas, específicamente, con las fluctuaciones de las pérdidas que han excedido el promedio, como se muestra en la parte izquierda de la Figura 1.

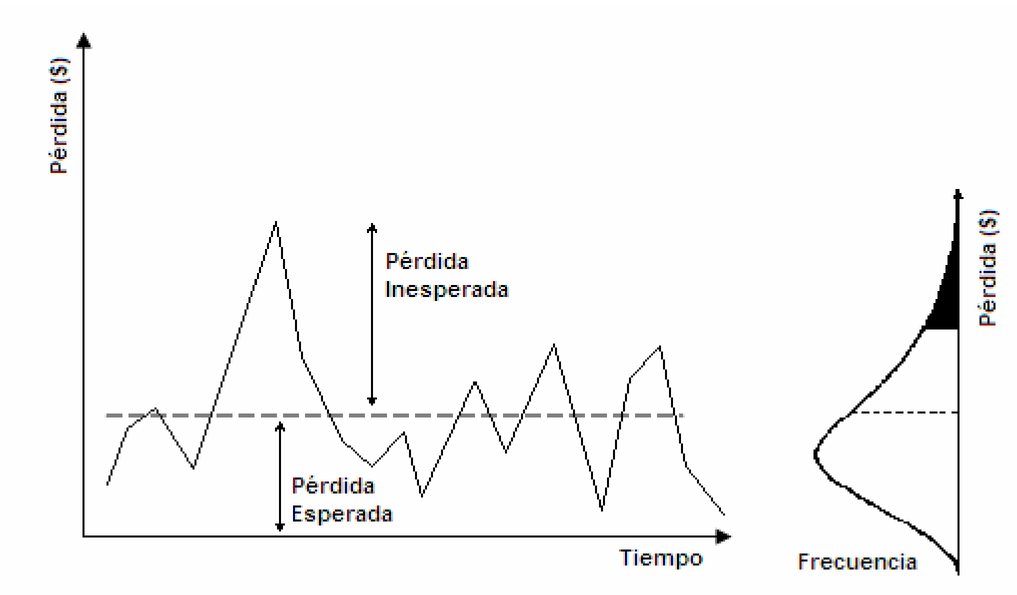


Figura 1: Pérdida esperada e inesperada[4]

Como se puede apreciar de la Figura 1, la pérdida esperada corresponde a una pérdida histórica *promedio*, que se debe tomar en cuenta como gasto inherente del negocio de crédito, ya sea por medio de las provisiones o como parte de la tasa del crédito, de modo análogo a una prima por riesgo en el área de seguros. La pérdida inesperada, por otro lado, *i*) corresponde a las *fluctuaciones* (o "picos") *sobre del promedio*; *ii*) no se puede

[3] Navarrete (2005b).
[4] La Figura 1 y subsiguientes siguen de cerca los conceptos y nomenclatura de Basilea, como por ejemplo, en BCBS (2005).

predecir con certeza, y *iii*) siempre existe la posibilidad de experimentar una fluctuación mayor que la máxima histórica. Por lo tanto, estas fluctuaciones desfavorables deben ser cubiertas con *capital adicional* a las provisiones con el efecto de absorber pérdidas potenciales imprevistas que puedan poner en riesgo el capital de la Institución.

¿Qué nivel de capital se debería requerir para absorber estas pérdidas potenciales a las que se encuentra expuesta toda entidad financiera ? Debido a su carácter probabilístico o *aleatorio*, el cálculo de la pérdida inesperada se lo puede tratar por medio de la *distribución estadística de pérdida*, que muestra la magnitud de las posibles pérdidas y la frecuencia o *probabilidad* de experimentar dichas pérdidas.

Si graficamos en un plano *x-y* la magnitud y la probabilidad de pérdida, respectivamente (donde la magnitud de la pérdida aumenta hacia la derecha), la distribución estadística de pérdida es un gráfico como el que se muestra en la Figura 2.

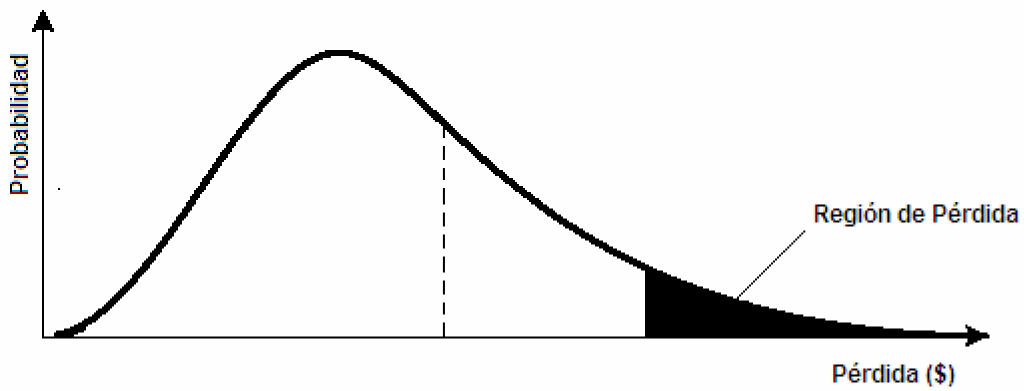


Figura 2: Distribución estadística de pérdida

Naturalmente, el primer indicio sobre la *forma* de la distribución de pérdida proviene de los datos históricos de la Institución. En este caso, la distribución de la Figura 2 se obtiene mediante un conteo de pérdidas históricas, como se sugiere en la parte derecha de la Figura 1, donde la línea punteada representa el promedio de las pérdidas (pérdida esperada) y la parte sombreada representa las pérdidas más alejadas del promedio, es decir, las pérdidas inesperadas o las pérdidas más severas.

Note dos puntos importantes de la Figura 2:

i) La distribución de pérdidas generalmente *no es acotada* (o limitada) a la derecha, indicando que existe la posibilidad de incurrir en pérdidas potenciales severas (incluso más graves que las experimentadas históricamente);

ii) Debido a la posibilidad de incurrir en estas pérdidas severas, la distribución de pérdidas generalmente *no es simétrica*, sino que cuenta con sesgo positivo (o hacia la derecha), indicando que existe cierta probabilidad positiva de experimentar pérdidas extremas. Esta porción de pérdidas severas (sombreada en la Figura 2) es lo que se comúnmente se denomina la “cola” o el “extremo” de la distribución, y al tipo de distribuciones que se utilizan para modelizar pérdidas en riesgo de crédito generalmente se les conoce como distribuciones de “colas anchas” o “abultadas” ya que la probabilidad que asignan a las pérdidas potenciales severas es *mayor* de lo que asignaría la distribución normal.[5]

Note también de la Figura 2 que la pérdida *media* (promedio), representada por la línea punteada, no necesariamente coincide con el "centro" de la distribución. En el caso de distribuciones con sesgo positivo o "colas anchas", como en la Figura 2, se tiene que la media es mayor que la mediana y ésta es a su vez es mayor que la moda de la distribución.[6]

Generalmente se identifica a la pérdida inesperada con la *desviación estándar*, por ser una medida de dispersión. Sin embargo, como debe estar claro en este punto, en riesgo de crédito efectivamente nos interesa la incertidumbre generada por la dispersión de las pérdidas, pero en particular nos interesan las *pérdidas severas* que se encuentran en la *cola* de la distribución, para las cuales hay que establecer un nivel de capital preventivo.

Afortunadamente existe un estadístico, conocido como *percentil* de la distribución, que captura con precisión el concepto de la severidad en el extremo de la distribución, y que nos será de gran ayuda para establecer el nivel de capital requerido.

Definimos el *percentil del x %* como el valor monetario de la distribución de pérdida tal que el *x* % de los posibles valores de pérdida se encuentren por debajo de dicho valor.

Por ejemplo, para determinar el valor de pérdida correspondiente al percentil del 95 %, como el área bajo la curva de la distribución estadística debe sumar el 100 % de probabilidad, una vez determinada la distribución (esto es, su forma), es relativamente sencillo ubicar el punto *p* de pérdida (en $) tal que el 95 % de las posibles pérdidas se encuentren por debajo de dicho valor. El valor *p* (en $) es el percentil del 95 %.

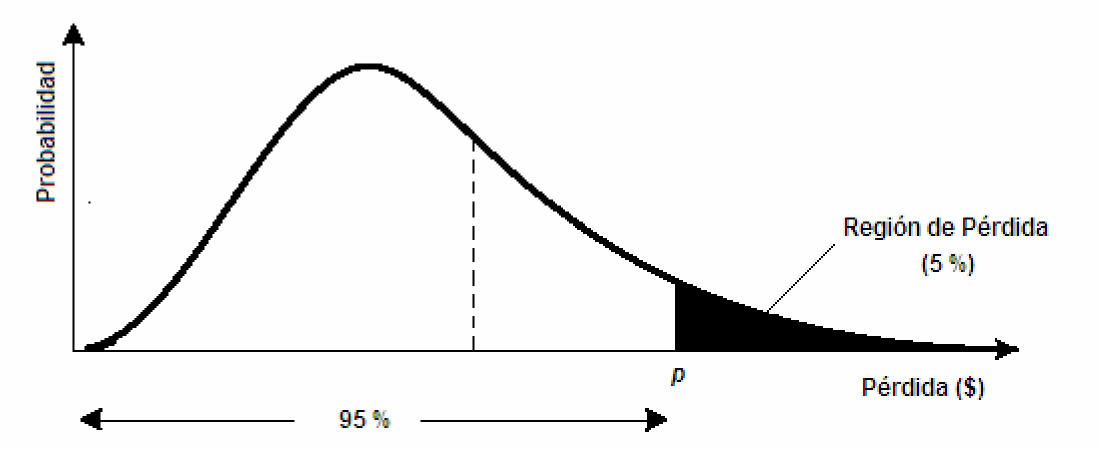


Figura 3: *p* = Percentil del 95 %

[5] La distribución normal (con "forma de campana") es la distribución estadística más conocida y es simétrica (o no sesgada) alrededor de su media, indicando probabilidades similares para fluctuaciones positivas y negativas alrededor del promedio, por lo que se suele utilizar, por ejemplo, para modelizar rendimientos. Sin embargo, debido a la probabilidad de incurrir en pérdidas atípicas muy alejadas del promedio, generalmente no se utiliza para modelizar la severidad de la pérdida en riesgo de crédito.

[6] La *mediana* es el valor que se encuentra en la mitad de un ordenamiento de datos, cuando éstos se ordenan por magnitud. La *moda* es el valor individual más frecuente. En el caso de la distribución normal se tiene que media = mediana = moda, por ser simétrica.

Note que asociado a un percentil siempre se encuentra asociado un porcentaje, llamado *nivel de confianza*, que indica el nivel de pérdidas que queremos cubrir. Por ejemplo, si tuviéramos cubierto el percentil de pérdida del 95 % (con provisiones hasta la pérdida esperada (línea punteada), y con capital desde el punto de pérdida esperada hasta el percentil de pérdida que queremos cubrir (punto *p* en la Figura 4), esperaríamos que en el futuro, en el 95 % de las ocasiones de pérdida se contaría con recursos suficientes para absorberlas, y sólo en el 5 % de los casos las pérdidas afectarían directamente al patrimonio (área sombreada o "Región de Pérdida"):

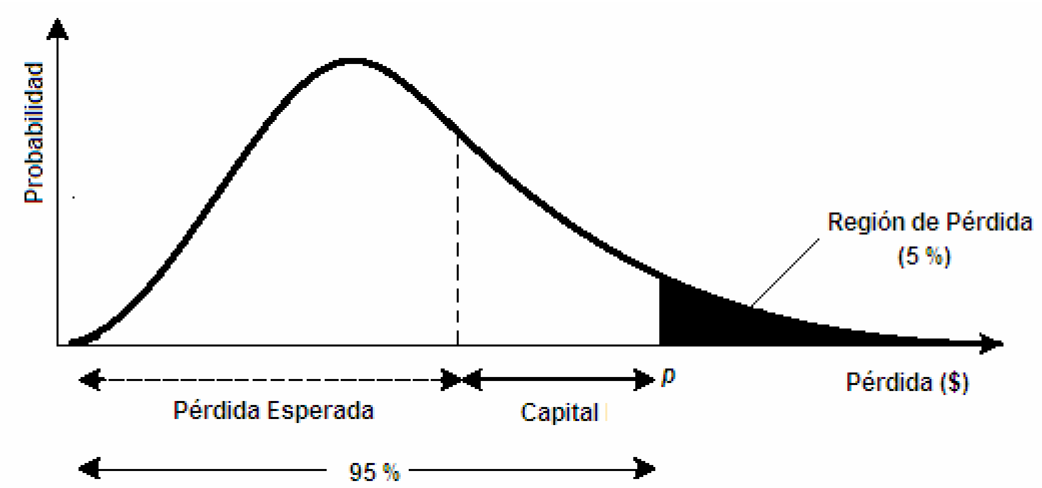


Figura 4: Cobertura de pérdidas a un nivel de confianza del 95 %

El percentil de la distribución de pérdida es lo que comúnmente se denomina "Valor en Riesgo" (VAR), y es uno de los modos más convenientes de especificar los valores de pérdida que se encuentran en el extremo de la distribución. Por lo tanto, hablar del *VAR a cierto nivel de confianza* consiste en especificar el *percentil* de la distribución estadística de pérdida que deseamos cubrir.

Para cubrir el riesgo de crédito, Basilea recomienda utilizar un nivel de confianza del 99,9 %, lo que significa cubrir la pérdida esperada con provisiones, y la diferencia entre el percentil de pérdida del 99,9 % (VAR) y la pérdida esperada con un requerimiento de capital, tal como se muestra en la Figura 5.

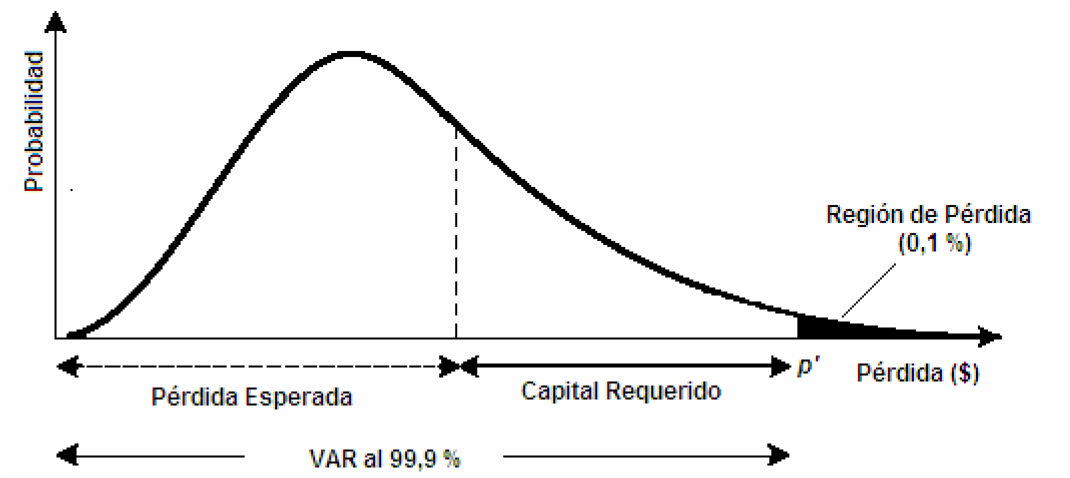


Figura 5: Pérdida Esperada y VAR según Basilea

Note que al aumentar el nivel de confianza se estaría cubriendo un mayor porcentaje de posibles pérdidas, como lo muestra la diferencia entre las Figuras 4 y 5 (niveles de confianza del 95 % y 99,9 %, respectivamente). El nivel de pérdida esperada es el mismo, pero ahora estamos seleccionando un percentil de pérdida mayor, lo que equivale a trasladar el punto *p* a la derecha (a *p'*).

Note también que únicamente la *diferencia* entre el percentil de pérdida (VAR) y la pérdida esperada es la que se sugiere cubrir con capital, ya que de cubrir la totalidad del VAR con capital estaríamos *duplicando* la provisión. Por lo tanto, el requerimiento de capital efectivamente cubre las *fluctuaciones sobre la pérdida promedio*, es decir, la *pérdida inesperada*, como se ilustró inicialmente en la Figura 1.

Podemos resumir enfatizando que nuestra definición de pérdida inesperada consistirá en la diferencia entre el VAR y la pérdida esperada, siguiendo la nomenclatura de Basilea (BCBS 2005).[7] Por consiguiente, el requerimiento de capital se establece para cubrir la pérdida inesperada.

Estas relaciones se resumen en las Ecuaciones (1) y (2) a continuación.

$$\boxed{\text{Percentil de Pérdida} = \text{VAR}} \tag{1}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Requerimiento de Capital}\\ \text{(por Pérdida Inesperada)}\end{array} = \text{VAR} - \text{Pérdida Esperada}} \tag{2}$$

Para concluir, recalcamos que el valor del percentil de pérdida (VAR) es de crucial importancia ya que especifica el valor de las pérdidas potenciales más allá del promedio que puedan poner en riesgo a la Institución, por lo que Basilea sugiere establecer un nivel de confianza del 99,9 %. Si las pérdidas se miden en el contexto de un año, esto quiere decir que la probabilidad de que la Institución incurra pérdidas en su patrimonio por incumplimientos de crédito es igual a 100 % menos el nivel de confianza, es decir, 0,1 % (en el intervalo de un año). Esta probabilidad es bastante baja, *asumiendo que se han identificado correctamente tanto la distribución de pérdida como el percentil del 99,9 %.* Como se discutirá en la siguiente sección, en la práctica suele ser complicado identificar las distribuciones y los percentiles de pérdida, especialmente los percentiles mayores *(¡que son los más importantes por corresponder a las pérdidas potenciales más severas!*).

En general, para identificar la distribución y los percentiles de pérdida se pueden utilizar dos métodos generales: *método analítico* y por *simulación*.

[7] Note que en riesgo de mercado comúnmente se identifica a la *pérdida inesperada* con el *VAR* debido al supuesto generalizado que el valor de la pérdida esperada es *cero*, en cuyo caso el VAR y la pérdida inesperada coinciden. En otros contextos se identifica a la pérdida inesperada con la *desviación estándar* de la distribución de pérdida. Para evitar confusión, se tratará en lo posible de no utilizar el término "pérdida inesperada" y solo se hablará sobre el *capital requerido*, tal como se muestra en la Figura 5.

El primer método consiste en tratar de identificar la distribución estadística de pérdida utilizando datos históricos; esto es, si podemos identificar la *forma* de la distribución de pérdida de la Figura 2 (dada por alguna fórmula o función que describa la distribución), es posible calcular el punto p correspondiente al percentil deseado mediante despeje o inversión de fórmulas.[8] La metodología de calificaciones internas de Basilea (IRB) provee fórmulas de este tipo (analíticas, o de forma cerrada), por medio de las cuales se puede calcular el requerimiento de capital de la Figura 5 para distintos tipos de cartera.

La segunda vía consiste en identificar el percentil de pérdida deseado por medio de simulación, en particular, simulación de Monte Carlo.[9] Esta alternativa tiene la ventaja de que no se necesitan datos históricos como en la metodología anterior para identificar las distribuciones de pérdida, sino que a partir de parámetros clave, tales como la *probabilidad de incumplimiento*, se producen números aleatorios que determinan si cada crédito del portafolio cae o no en incumplimiento. Como este procedimiento se corre en repetidas ocasiones y toma en cuenta el total de créditos de la cartera, en efecto *se genera la distribución de pérdida*, a partir de la cual se puede obtener el valor del percentil deseado. Este es el enfoque que se seguirá en el documento con la finalidad de obtener estimaciones de percentiles y requerimientos de capital correspondientes a carteras de microcréditos, y de este modo, contrastar los resultados obtenidos con el modelo propuesto por Basilea.

2) ESQUEMA GENERAL DEL MODELO DE BASILEA

En el modelo de calificaciones internas de Basilea (IRB) se utiliza una fórmula de cálculo para la pérdida esperada (*EL*, o "*Expected Loss*") que es *lineal* o *aditiva* en las variables de entrada*: EL = PD x LGD x EAD*. En esta fórmula, si duplicamos la exposición al riesgo de crédito (EAD), duplicaremos el valor de la pérdida esperada, y de igual forma para la probabilidad de incumplimiento (PD) y la severidad de la pérdida dado el incumplimiento (LGD).[10]

En cambio, la pérdida inesperada (*UL*, o "*Unxpected Loss*") no es lineal en las variables de entrada, y es usualmente modelizada mediante una función cóncava.[11] Por ejemplo, en el modelo IRB de Basilea la pérdida inesperada es una función cóncava que depende de los siguientes parámetros:[12]

- Correlación entre el riesgo del crédito individual y el riesgo sistemático (R);
- Maduración o vencimiento efectivo del crédito (M);
- Ajuste por vencimiento efectivo o maduración (b);
- Probabilidad de incumplimiento (PD);
- Severidad de la pérdida dado el incumplimiento (LGD);
- Monto ó exposición al momento del incumplimiento (EAD).

---

[8] En la práctica se trabaja con distribuciones de probabilidad *acumulada*.

[9] Existen varias metodologías de simulación, como por ejemplo, por estratificación e hipercubos latinos, siendo el método de Monte Carlo el de uso más difundido. Los distintos métodos suelen converger cuando se genera un elevado número de simulaciones (como será nuestro caso), desapareciendo las diferencias entre ellos.

[10] BCBS (2004b).

[11] Una función cóncava es creciente y con segunda derivada negativa, como por ejemplo $f(x) = \sqrt{x}$ ó $f(x) = \ln(x)$. Este tipo de funciones se utilizan con frecuencia en riesgos y cuentan con propiedades deseables, como por ejemplo, aversión al riesgo.

[12] BCBS (2004b); ver Navarrete (2004a) para ilustraciones y ejemplos.

En el esquema sugerido por Basilea se calculan requerimientos de capital y se asignan ponderaciones de riesgo en base al componente de pérdida proveniente de la pérdida inesperada, al 99,9 % de confiabilidad estadística.[13] Cabe resaltar que en el modelo de Basilea estos cálculos se los puede realizar no solo a nivel de la cartera en general sino también a nivel de créditos individuales.

El problema con tratar de garantizar el nivel de confianza para un portafolio de crédito radica en que las pérdidas a nivel agregado generalmente no siguen una distribución normal, como se comentó anteriormente, por lo que en principio cada institución debería identificar las distribuciones estadísticas de pérdida para sus diferentes tipos de cartera.

Como esta práctica resultaría inoperante para instituciones que carezcan de la pericia estadística necesaria, y como tampoco permitiría establecer modelos generales de referencia, Basilea ha adoptado una metodología derivada de los modelos de Merton (1974) y Vasicek (1991), que provee de fórmulas específicas para realizar el cálculo de la pérdida inesperada al nivel de confiabilidad estadística del 99,9 %, permitiendo calcular el requerimiento de capital correspondiente.

El problema con las fórmulas provistas por Basilea consiste en que en la práctica es difícil capturar las pérdidas a niveles de confiabilidad altos (situadas en el extremo de la distribución o en los percentiles superiores de pérdida) debido a las pocas experiencias históricas de pérdidas de tal magnitud, lo que dificulta calcular la "cola", que es determinante para identificar la distribución de pérdida.[14]

Además, como se acaba de mencionar, cada institución cuenta en principio con sus propias distribuciones de pérdida, según su experiencia histórica y la gestión de sus carteras de crédito, por lo que se esperaría que la adopción de fórmulas genéricas sobreestime o minimice las pérdidas reales.[15]

Otro problema es que las fórmulas de Basilea resultan ser una "caja negra" para la mayoría de las instituciones, y levantan dudas sobre la aplicabilidad del esquema para países de América Latina y del Caribe, especialmente para carteras de PYMES y microfinanzas, pues como la documentación misma de Basilea afirma, algunos parámetros clave en la calibración de las fórmulas, tales como correlaciones por riesgo sistemático, han sido calculados en base a datos provenientes de países del G-10.[16]

Por lo tanto, es necesario probar dichas fórmulas en carteras diferentes de las que fueron obtenidas, y en particular, utilizar un modelo alterno para contrastar los requerimientos de capital propuestos.

[13] En el tercer documento de consulta CP3 (BCBS 2003) se utilizaban tanto el componente por pérdida esperada como por pérdida inesperada para calcular el requerimiento de capital y asignar las ponderaciones de riesgo. En el documento final (BCBS 2004b) sólo se utiliza el componente por pérdida inesperada. Ambos esquemas son equivalentes (ver Navarrete 2004a).

[14] Este problema se puede solventar mediante simulación, que permite incluso *anticipar* pérdidas que no se han experimentado históricamente.

[15] Esto a pesar que el esquema de Basilea define fórmulas por diferentes segmentos de cartera, como se verá más adelante.

[16] BCBS (2005), p. 12

2.1) Tratamiento de exposiciones a microempresas en el modelo de Basilea

A diferencia del caso de PYMES, el tratamiento de créditos a microempresas no es tan claro en el esquema de Basilea. Este esquema divide en diferentes segmentos las exposiciones de la cartera, como se muestra en la Figura 6.

TIPO DE PRESTATARIO
Corporativos, Bancos y Soberanos
PYMES grandes (ventas anuales hasta 50 MM euros)
PYMES pequeñas (ventas anuales hasta 5 MM euros)
Otros Minoristas (IMFs)
Vivienda con Hipoteca
Minoristas autorenovables

Figura 6: Diferentes tipos de exposiciones de crédito según Basilea

Note de la Figura 6 que las exposiciones de créditos a microempresas (o créditos de IMFs, instituciones de microfinanzas), se las ha ubicado en la categoría "otros créditos minoristas" siguiendo algunos criterios de Basilea, como por ejemplo, los que se encuentran en el párrafo 231 del Nuevo Acuerdo de Capital:[17]

"Los préstamos otorgados a pequeñas empresas y gestionados como minoristas podrán recibir el tratamiento para el sector minorista siempre que la posición total del grupo bancario frente a la pequeña empresa prestataria (en términos consolidados, cuando proceda) sea inferior a 1 millón de euros. Los préstamos a pequeñas empresas concedidos a través de un particular o garantizados por éste estarán sujetos al mismo umbral."

En general, Basilea considera una exposición como minorista cuando el valor de las posiciones individuales es reducido,[18] como se describió en el párrafo anterior, y cuando existe un gran número de exposiciones en la cartera. De este modo, el párrafo 232 especifica:[19]

"La posición debe pertenecer a un amplio conjunto de préstamos, gestionados por el banco como un todo. Los supervisores podrán optar por fijar un número mínimo de posiciones dentro del conjunto a partir del cual puedan se consideradas como posiciones minoristas."

El mismo párrafo añade:

"Las posiciones frente a pequeñas empresas por debajo de 1 millón de euros podrán recibir el tratamiento minorista si el banco las administra dentro de sus sistemas internos de gestión de riesgos de forma consistente a lo largo del tiempo y del mismo modo que otras posiciones minoristas. Para ello, es necesario que dichas posiciones tengan un origen similar al de otras posiciones frente al sector minorista. Además, no podrán

[17] BCBS (2004b).
[18] Note que el concepto de valor "reducido" de 1 MM de euros puede no ser directamente aplicable en nuestros países. Del mismo modo, la definición de PYMES en Basilea, como empresas con ventas anuales totales de 5 a 50 millones de euros, es discutible.
[19] BCBS (2004b).

gestionarse individualmente de un modo comparable al de posiciones frente a empresas, sino más bien como parte de un segmento de la cartera o de un conjunto de posiciones que comparten características similares de riesgo a efectos de la evaluación y cuantificación del riesgo. Sin embargo, esta condición no impide que las posiciones minoristas puedan recibir un tratamiento individualizado en ciertas etapas del proceso de gestión del riesgo. El hecho de que una posición se evalúe de manera individual no implica por sí solo que no pueda ser tratada como una posición minorista."

Note que los créditos para microempresas sólo pueden entrar en esta categoría de "otros créditos minoristas" ya que las otras dos categorías de créditos minoristas, *i*) posiciones garantizadas con hipotecas sobre vivienda, y *ii*) posiciones minoristas autorenovables admisibles, se definen del siguiente modo:[20]

- Préstamos hipotecarios para adquisición de vivienda: incluidos préstamos a plazo, primeras y subsiguientes hipotecas, y líneas autorenovables de crédito personal con garantía hipotecaria, siempre que el crédito le haya sido concedido a un particular que sea el propietario y residente de la propiedad.

- Créditos y líneas de crédito autorenovables: tarjetas de crédito, descubiertos en cuenta corriente y facilidades minoristas garantizadas mediante instrumentos financieros, entre otros, siempre que las posiciones se adapten frente a particulares, y sean autorenovables, no garantizadas y no comprometidas (tanto en términos contractuales como en la práctica). En este contexto, las posiciones autorenovables se definen como aquéllas donde se permite que el saldo pendiente de los clientes fluctúe en función de sus propias decisiones de endeudamiento y reembolso, hasta un límite fijado por el banco.[21]

Por consiguiente, los créditos concedidos a microempresas siempre serán considerados dentro de la categoría "otros créditos minoristas" en este documento.

Finalmente, es conveniente aclarar que las carteras minoristas no sólo se discuten en Basilea dentro del contexto de la metodología de calificaciones internas (IRB), sino también en la sección del Método Estándar, donde se otorga un trato "favorable" a tales carteras, en el sentido de que ponderan un 75 % de riesgo, siempre y cuando satisfagan cuatro criterios, correspondientes a orientación, producto, concentración y escaso valor de las posiciones individuales.[22]

En el criterio de *orientación* se establece que el riesgo se asume frente a una o más personas físicas o frente a pequeñas empresas; en el criterio de *producto* se incluyen los créditos y líneas de crédito frente a pequeñas empresas; en el criterio de *concentración* se establece que el supervisor deberá asegurarse de que la cartera minorista se encuentra lo suficientemente diversificada como para aminorar los riesgos de la cartera, de modo que se justifique la aplicación de la ponderación por riesgo del 75%, y se sugiere que una forma de conseguirlo sería estableciendo un límite numérico de modo que el riesgo agregado frente a una misma contraparte no pueda exceder de un 0,2% del total de la cartera minorista. Finalmente, el criterio sobre el *escaso valor de las posiciones*

[20] BCBS (2004b), párrafo 231.
[21] Algunas condiciones adicionales aplicables para las posiciones minoristas autorenovables se detallan en el párrafo 234.
[22] BCBS (2004b), párrafo 70.

individuales coincide con el criterio señalado anteriormente en el sentido que la exposición agregada máxima frente a una misma contraparte minorista no puede exceder de 1 millón de euros.

2.2) Tratamiento de la correlación en el modelo de Basilea

Un factor clave en el modelo de Basilea es la incorporación de un factor por riesgo sistemático. En general, podemos definir el riesgo sistemático como la correlación entre cada crédito individual y el estado general de la economía.[23]

En el esquema de Basilea se especifican correlaciones por riesgo sistemático no a nivel de créditos individuales sino por diferentes tipos de cartera. Las correlaciones por riesgo sistemático que aplican para los diferentes segmentos de cartera se detallan a continuación.

TIPO DE PRESTATARIO	CORRELACIONES
Corporativos, Bancos y Soberanos	12% a 24 %
PYMES grandes (ventas anuales hasta 50 MM euros)	12% a 24%
PYMES pequeñas (ventas anuales hasta 5 MM euros)	8% a 20%
Otros Minoristas (IMFs)	3% a 16 %
Vivienda con Hipoteca	15%
Minoristas autorenovables	4%

Figura 7: Correlaciones para diferentes tipos de exposiciones de crédito

Note de la Figura 7 que las correlaciones por riesgo sistemático pueden tomar valores fijos, como en el caso de la cartera hipotecaria y la cartera minorista autorenovable, mientras que existen ciertos tipos de cartera con correlaciones que varían *en función de la probabilidad de incumplimiento* del crédito (PD). En esta categoría se encuentran las exposiciones a corporativos, bancos y soberanos, así como las exposiciones a otros minoristas. Finalmente se encuentran las correlaciones para exposiciones a PYMES, las cuales no sólo varían en función de la probabilidad de incumplimiento sino también en función de un ajuste por nivel de ventas anuales.[24]

En todos los casos, los valores se encuentran calibrados para representar la correlación que tiene cada tipo de cartera con el riesgo sistemático, según el criterio de Basilea.

Así por ejemplo, se argumenta que en el caso de hipotecas de vivienda, éstas cuentan con correlaciones altas ya que las pérdidas por hipotecas se encuentran fuertemente relacionadas con el valor del colateral y los efectos del estado general de la economía sobre ese colateral. El valor constante del 15 % para la correlación entre la exposición por hipotecas y el riesgo sistemático, para todo rango de PDs, es considerado "relativamente alto" por Basilea.[25]

De la Figura 7 observamos que las fórmulas de Basilea se encuentran calibradas para que las exposiciones a cartera de microempresa (clasificadas dentro de "Otros Minoristas") adquieran correlaciones por riesgo sistemático de entre el 3 % y el 16 %.

---

[23] BCBS (2005).
[24] BCBS (2004b); ver Navarrete (2005b) para la explicación de las fórmulas relacionadas con PYMES.
[25] BCBS (2005).

La Figura 8 a continuación muestra los valores de las correlaciones para las diferentes exposiciones de crédito en función de la probabilidad de incumplimiento (PD) para los diferentes tipos de cartera.

DIFERENCIAS EN CORRELACIÓN, BASILEA					
Prob Default (PD)	Corp, Bancos, Soberanos y PYMES 50 MM	PYMES 5 MM	Otros Minoristas (IMFs)	Vivienda con Hipoteca	Minoristas Auto renovables
0%	24.00%	20.00%	16.00%	15.00%	4.00%
0.03%	23.82%	19.82%	15.86%	15.00%	4.00%
1%	19.28%	15.28%	12.16%	15.00%	4.00%
1.30%	18.26%	14.26%	11.25%	15.00%	4.00%
2%	16.41%	12.41%	9.46%	15.00%	4.00%
3%	14.68%	10.68%	7.55%	15.00%	4.00%
4%	13.62%	9.62%	6.21%	15.00%	4.00%
5%	12.99%	8.99%	5.26%	15.00%	4.00%
6%	12.60%	8.60%	4.59%	15.00%	4.00%
7%	12.36%	8.36%	4.12%	15.00%	4.00%
8%	12.22%	8.22%	3.79%	15.00%	4.00%
9%	12.13%	8.13%	3.56%	15.00%	4.00%
10%	12.08%	8.08%	3.39%	15.00%	4.00%
15%	12.01%	8.01%	3.07%	15.00%	4.00%
20%	12.00%	8.00%	3.01%	15.00%	4.00%

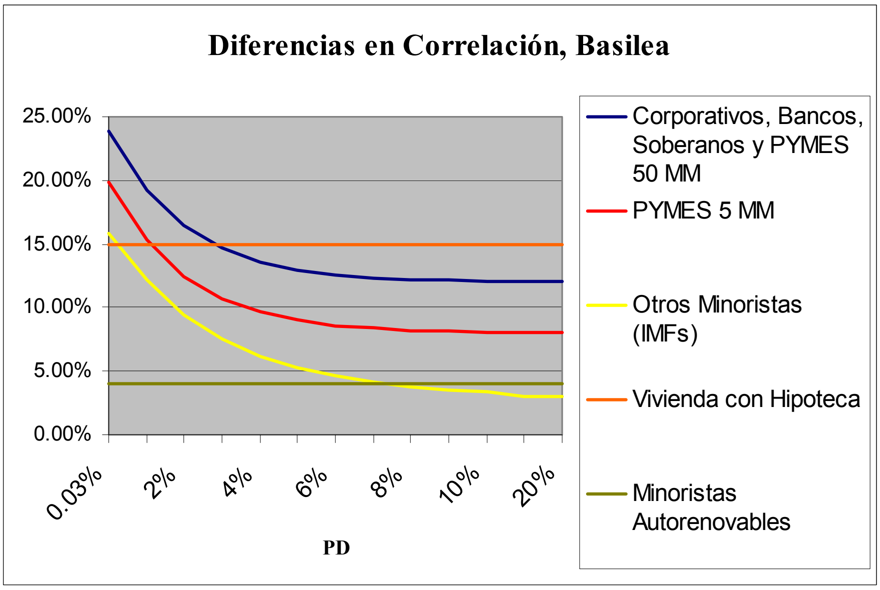


Figura 8: Correlaciones para diferentes tipos de exposiciones de crédito en función de la probabilidad de incumplimiento (PD)

Note de la Figura 8 que para un nivel de PD dado, la correlación para exposiciones a microempresas es menor que para créditos a PYMES, ya sean grandes o pequeñas (con ventas anuales totales de hasta 50 y hasta 5 MM de euros, respectivamente). El hecho que las correlaciones por riesgo sistemático para microcréditos sean menores que para PYMES corresponde al criterio de Basilea de que las empresas de mayor tamaño (mayor nivel de ventas) cuentan con mayor correlación con el riesgo sistemático.

La razón sugerida por Basilea de asignar mayores correlaciones a empresas de mayor tamaño se refiere a la evidencia empírica y a la "intuición" de que, a mayor tamaño de la empresa, mayor dependencia sobre el estado general de la economía. En el caso de empresas pequeñas, éstas estarían propuestas a tener incumplimientos más por riesgo idiosincrático (individual) que por riesgo sistemático.

Sin embargo, como afirma Basilea en el mismo documento (BCBS 2005), la evidencia de esta hipótesis no es completamente concluyente, por lo que sería interesente *(¡y relevante!)* recolectar evidencia sobre el tamaño de la empresa y la relación con el riesgo sistemático, especialmente en nuestros países.

Note también de la Figura 8 que la correlación con el riesgo sistemático *disminuye* al aumentar la probabilidad de incumplimiento. La razón propuesta por Basilea es que, al aumentar la probabilidad de incumplimiento, aumenta el componente *individual* del riesgo de crédito, por lo que el riesgo de incumplimiento depende menos del estado general de la economía y más de los generadores del riesgo individual o *idiosincrático*, como se explicará a continuación.

2.3) <u>Distinción entre Riesgo Sistemático y Riesgo Idiosincrático</u>

Del mismo modo que el riesgo de mercado, podemos descomponer el riesgo de crédito en dos componentes: *riesgo sistemático* (no diversificable) y *riesgo individual o idiosincrático* (diversificable). El riesgo sistemático se puede medir mediante la correlación entre el crédito individual y el entorno económico utilizando la correlación ρ_{im}, que representa la correlación entre el crédito *i* y el mercado, o entorno económico general.

Ésta es la correlación que incorpora Basilea en la medición de la pérdida inesperada y en el cálculo del requerimiento de capital. De hecho, Basilea toma en cuenta *una sola* correlación $\rho_{im} = \rho$ por distintos tipos o segmentos de cartera como se mostró en las Figuras 7 y 8. En este caso hablaríamos de una correlación uniforme de la cartera "hacia afuera".

Por otro lado, el riesgo individual o idiosincrático es el complemento o porción del riesgo no explicado por el riesgo sistemático. A diferencia del riesgo sistemático, el riesgo idiosincrático se puede mitigar, ya que éste depende de la correlación del crédito *i* con los demás créditos de la cartera; es decir, con la *diversificación* del portafolio de crédito.

La correlación del crédito individual *i* con los demás créditos de la cartera se mide por medio de la correlación ρ_{ij}, que representa la correlación entre el crédito *i* y el crédito *j*, (es decir, por pares), por lo que normalmente se la representa mediante *matrices* de correlación. En este caso estaríamos hablando de la correlación del crédito *i* con los demás créditos del portafolio, o una correlación "hacia adentro".

En términos del concepto de Valor en Riesgo (VAR) descrito en la primera sección, podemos definir el *beneficio de diversificación* de una cartera como la diferencia entre el VAR no diversificado, que consiste en la suma de los Valores en Riesgo individuales, y el VAR diversificado, calculado mediante matrices de correlación. El efecto de diversificación no sólo es importante en el cálculo del riesgo de los créditos ya existentes, sino que también ayudaría a realizar el *pricing* para créditos nuevos en el siguiente sentido: un crédito prospectivo con baja o nula correlación con el portafolio existente sería favorable para la Institución (y debería requerir menor tasa) que un crédito nuevo con una alta correlación con el portafolio ya existente (y por lo tanto, de mayor riesgo).

Note que cuando aumenta el riesgo de una cartera debido a factores externos estaríamos hablando de un aumento en el riesgo sistemático, ya que el beneficio de diversificación empezaría a desvanecerse al tender las correlaciones ρ_{ij} a tomar el valor máximo de 1. En esta situación el riesgo pasa de ser idiosincrático o individual, a sistemático (o *sistémico*), y en este caso el Valor en Riesgo de la cartera estaría aproximado por la suma de los Valores en Riesgo individuales.

Como se ha visto, la diferencia entre el VAR diversificado y el VAR no diversificado de un portafolio dependería de incorporar o no las correlaciones ρ_{ij} en el cálculo del percentil de pérdida (VAR). A su vez, el requerimiento de capital por pérdida inesperada (definido en la primera sección como la diferencia VAR – Pérdida Esperada) dependería también de las correlaciones ρ_{ij}, por lo que podríamos formular la siguiente pregunta fundamental:

¿Es posible que las fórmulas de Basilea consideren el efecto de diversificación dentro de la cartera en el cálculo del requerimiento de capital?

La respuesta es contundente: *Basilea no toma en cuenta la diversificación de la cartera de crédito* debido a que ésta depende de la estructura de correlaciones de cada cartera en particular. Por lo tanto, el modelo que ha adoptado Basilea considera únicamente la correlación por riesgo sistemático en el cálculo del VAR y del requerimiento de capital. Sin duda esta es una limitante del modelo, ya que en la mayoría de los casos se estaría s*obreestimando* el requerimiento de capital para una cartera de crédito. Sobre el cálculo del requerimiento de capital usando matrices de correlación se comentará más adelante, y debido a su importancia, se ilustrará la metodología de cálculo en un documento posterior.

2.4) <u>Requerimiento de capital según modelo de Basilea</u>

Como se mencionó anteriormente, tanto la pérdida esperada como el requerimiento de capital pueden ser calculados en el modelo de Basilea a nivel de créditos individuales. Los indicadores a nivel de la cartera general se obtienen a partir de la agregación simple (suma) de los cálculos individuales.

En el caso de la pérdida esperada no existen problemas con esta agregación ya que la fórmula de cálculo es lineal. Sin embargo, como se explicó en la sección anterior, en el caso del requerimiento de capital la agregación simple *sobreestima* el cálculo ya que se debería tomar en cuenta la diversificación de la cartera, y, como se ha mencionado, las correlaciones dentro de la cartera no son consideradas en Basilea, sino únicamente la correlación por riesgo sistemático.

¿Cómo afecta la correlación al cálculo del requerimiento de capital ?

Como es de esperarse, a mayor correlación con el riesgo sistemático, mayor requerimiento de capital y mayor ponderación de riesgo. Este efecto se deduce de las fórmulas de cálculo que utiliza Basilea para “otras exposiciones minoristas”, las cuales estaremos aplicando a créditos de microempresa para calcular: (*i*) la correlación en base a la probabilidad de incumplimiento, y (*ii*) el requerimiento de capital en base a la correlación, la probabilidad de incumplimiento, y otros parámetros.

Estas fórmulas se describen brevemente a continuación. A diferencia de exposiciones a PYMES, las fórmulas de Basilea para “otros créditos minoristas” no cuentan con ajustes por maduración del crédito ni por tamaño de la empresa.[26]

Correlación entre el riesgo del crédito y el riesgo sistemático (R):

$$R = 0{,}03\left(\frac{1-e^{-35\cdot PD}}{1-e^{-35}}\right) + 0{,}16\left(1-\frac{1-e^{-35\cdot PD}}{1-e^{-35}}\right) \tag{3}$$

Note de esta ecuación (y de la Figura 8) que en el modelo de Basilea existe una relación 1 a 1 entre la correlación (R) y la probabilidad de incumplimiento (PD), y que la correlación es función *únicamente de la PD.*

Requerimiento de Capital (K):

$$K = \left(LGD \cdot N\left[\frac{G(PD)}{(1-R)^{0,5}} + \left(\frac{R}{1-R}\right)^{0,5} G(0{,}999)\right] - PD \cdot LGD \right) \tag{4}$$

Donde:

- PD = Probabilidad de incumplimiento;
- LGD = Severidad de la pérdida dado el incumplimiento;
- EAD = Monto ó exposición al momento del incumplimiento;
- M = Maduración o vencimiento efectivo del crédito;
- N(*x*) = Función de distribución acumulada de una variable aleatoria normal estándar;
- G(*x*) = Función inversa de la distribución normal estándar acumulada.

Esta fórmula proporciona el requerimiento de capital expresado como porcentaje (o por unidad monetaria) a un nivel de confiabilidad estadística del 99,9 %.[27]

Cuando se aplica la Ecuación (4) al monto total de exposición del crédito (EAD), se obtiene el requerimiento de capital en unidad monetaria:

[26] BCBS (2004b). Las fórmulas para los otros dos tipos de exposiciones minoristas, (*i*) posiciones garantizadas mediante hipotecas sobre viviendas, y (*ii*) posiciones autorenovables admisibles, tampoco cuentan con ajustes por maduración ni por tamaño de la empresa. Además, como se explicó anteriormente, estas categorías cuentan con correlaciones *fijas* por riesgo sistemático del 15 % y 4 %, respectivamente, para todos los rangos de probabilidad de incumplimiento.

[27] Ver Navarrete (2004a) ó (2005b) para la derivación de la Ecuación (4).

$$K\ Req = EAD * K. \tag{5}$$

Esto es:

$$K\ Req = \left(LGD \cdot EAD \cdot N\left[\frac{G(PD)}{(1-R)^{0,5}} + \left(\frac{R}{1-R}\right)^{0,5} G(0,999) \right] - PD \cdot LGD \cdot EAD \right) \tag{6}$$

Este requerimiento de capital corresponde precisamente al capital requerido por pérdida inesperada de la Figura 5; es decir, al capital requerido *en exceso* de la pérdida esperada, tal como lo indica la Ecuación (6). Note que esta fórmula, al igual que la Ecuación (2), *resta* de la pérdida total (VAR al 99,9 %) la porción correspondiente a la pérdida esperada, *PD x LGD x EAD*, por lo que efectivamente proporciona el requerimiento de capital por pérdida inesperada.

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN UTILIZADO

Para tener un punto de comparación de los requerimientos de capital propuestos por Basilea, se seleccionará otro modelo que permita estimar los mismos indicadores de pérdida.

Un modelo que permite obtener la pérdida esperada, VAR, y requerimiento de capital para un portafolio es el modelo unifactorial de simulación. Este modelo es comparable con el de Basilea ya que se basa en los mismos supuestos[28] y en particular, cuenta también con *una sola correlación uniforme* que puede utilizarse para modelizar el riesgo sistemático.

La principal diferencia entre el modelo de Basilea y el modelo de simulación consiste en que, en el modelo de simulación, los indicadores de pérdida se obtienen a nivel *agregado* para toda la cartera, y no de manera individual (por crédito) como en Basilea. Además, como el modelo de Basilea utiliza fórmulas analíticas (o en forma cerrada), dichas fórmulas proveen estimadores *puntuales* de los indicadores de pérdida, mientras que el modelo de simulación permite generar escenarios y *distribuciones* de dichos indicadores, como se explicará más adelante.

A continuación se proporcionará una breve descripción de este modelo y la adaptación que estaremos utilizando ya que existen varias fuentes que lo describen con mayor amplitud.[29]

En el modelo de simulación se asume que el valor de cada crédito *individual* sigue una distribución *normal*, en particular una distribución normal estandarizada, donde existe un umbral o Punto Crítico$_i$ debajo del cual el crédito cae en incumplimiento.[30] Por lo

[28] Cumplimiento ó incumplimiento como variable binaria, valoración de cada crédito según una distribución normal, etc. Ver explicaciones que siguen y Vasicek (1991).
[29] Ver por ejemplo Vasicek (2002), Navarrete (2005a).
[30] Con mayor precisión, el *cambio en valor* es el que se asume que sigue una distribución normal, o un proceso Wiener geométrico - ver Merton (1974) y Vasicek (1991). Note la diferencia con la distribución estadística de pérdida de la primera parte (Figura 2), que resulta de la *agregación* de las pérdidas

tanto, en la simulación se producirán números aleatorios de la *distribución normal estándar* para determinar si el crédito cae o no en incumplimiento dependiendo si los valores obtenidos caen o no por debajo del punto crítico. Como se verá más adelante, el punto crítico de cada crédito estará dado, como se esperaría intuitivamente, por la probabilidad de incumplimiento.

El modelo unifactorial de simulación adquiere su nombre debido a que permite dividir el riesgo en un factor principal (en este caso, el riesgo sistemático o colectivo, representado por una variable o shock aleatorio *Z*, que sigue una distribución normal estándar), y un riesgo residual o complementario, que consiste en el riesgo individual o idiosincrático, representado por la variable aleatoria ε_i, distribuida también de modo normal estándar.[31] Note que esta división del riesgo realizada por el modelo encaja perfectamente con los conceptos expuestos en la sección anterior.

Por lo tanto, el modelo de simulación que estaremos utilizando puede escribirse como:

$$\text{Si } \rho Z + \sqrt{1-\rho^2} \cdot \varepsilon_i < \text{Punto Crítico}_i, 1, 0 \qquad (7)$$

Donde:

- ρ = Correlación uniforme para los *N* créditos de la cartera;[32]
- Z = shock aleatorio común para los *N* créditos, distribuido de modo normal estándar;
- ε_i = shock aleatorio individual para cada crédito *i*, distribuido de modo normal estándar;
- Punto Crítico$_i$ = G(PD$_i$);
- G(*x*) = Función inversa de la distribución normal estándar acumulada.

De este modo, si se genera un número aleatorio $\rho Z + \sqrt{1-\rho^2} \cdot \varepsilon_i$ menor que el Punto Crítico$_i$, se considera que el crédito *i* caerá en incumplimiento y se asigna un "1" como contador del número de incumplimientos; caso contrario el crédito permanece solvente. Tanto el efecto individual como el sistemático se simularán utilizando la distribución normal estándar, como se mencionó anteriormente.[33]

Note que en el modelo de simulación el Punto Crítico$_i$ de cada crédito se encuentra determinado por PD$_i$, la probabilidad de incumplimiento del crédito. Por ejemplo, para una PD del 1 %, el punto crítico es igual a G(1%) = - 2,33; como el término $\rho Z + \sqrt{1-\rho^2} \cdot \varepsilon_i$ es una combinación lineal de dos variables aleatorias normal estándar

---

potenciales de cada uno de los créditos, y para la cual *no* se asume un supuesto de normalidad (distribución normal).

[31] Una variable *normal estándar* adquiere valores de entre - 3 y + 3, con una probabilidad del 99,73 %, por lo que la probabilidad de obtener valores fuera de este rango es de tan sólo el 0,27 %.

[32] En el modelo de simulación que estamos utilizando el rango de la correlación por riesgo sistemático es del 0 % al 100 %.

[33] En la práctica, en la simulación se generan números aleatorios entre 0 y 1 y luego se aplica la función G(*x*) para obtener *Z* y ε_i distribuidos de modo normal estándar (ver Navarrete 2005a).

(Z y ε_i), los valores que este término adquiera en la simulación se encontrarán usualmente situados entre - 3 y + 3 (ver nota de pie de página # 31), por lo que la condición $\rho Z + \sqrt{1-\rho^2} \cdot \varepsilon_i$ < - 2,33 es relativamente difícil de cumplir y es muy probable que en las simulaciones el crédito no caiga en incumplimiento.[34]

Por el contrario, para una PD del 99 %, el punto crítico es igual a G(99%) = + 2,33; en este caso, la condición $\rho Z + \sqrt{1-\rho^2} \cdot \varepsilon_i$ < + 2,33 es factible que se cumpla, ya que en este caso la región de incumplimiento corresponde al intervalo (- 3, + 2,33), que es muy amplio, por lo que es muy factible que el crédito caiga en incumplimiento en la simulación, como es de esperarse de una probabilidad de incumplimiento tan alta.

El análisis anterior fue con respecto a la probabilidad de incumplimiento, PD.

Para analizar cuál es el efecto de la correlación uniforme ρ, tomemos como ejemplo los siguientes tres casos: ρ = 0, 1, y 8 %.

$\rho = 0$: El modelo se simplifica en la regla de decisión: Si $\varepsilon_i <$ Punto Crítico$_i$,1, 0 ;

Es decir, no existe riesgo sistemático y todo el riesgo corresponde al riesgo individual generado por los shocks aleatorios ε_i para cada crédito i = 1, ..., N.

Este caso se ilustra en la Figura 9 para una PD del 1 %, en cuyo caso el punto crítico es igual a G(1%) = - 2,33:[35]

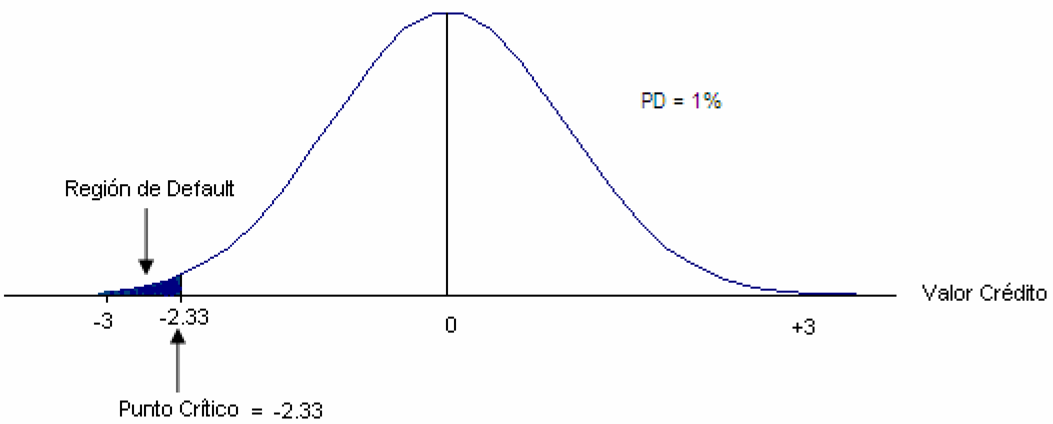


Figura 9: Región de incumplimiento para un crédito con PD = 1 %

[34] Ver ejemplo más adelante para el caso ρ = 0, donde se muestra que la región de incumplimiento correspondiente al intervalo (- 3, - 2,33) es muy reducida.
[35] Como se mencionó en un pie de página anterior, el supuesto de normalidad aplica realmente para el *cambio en valor* del crédito (en cuyo contexto encaja mejor la terminología *shock aleatorio*, que produce un cambio en valoración), por lo que en las Figura 9 y subsiguientes pudiera leerse el eje x como dicho cambio en valoración (las diferentes interpretaciones no cambian los resultados).

Note que en este caso el crédito cae en incumplimiento si ε_i < Punto Crítico$_i$, lo cual notamos anteriormente es relativamente difícil ya que para PD = 1 %, Punto Crítico$_i$ = G(1%) = - 2,33 y como ε_i sigue una distribución normal estándar, el rango de valores para los números aleatorios ε_i tenderá a encontrarse entre los valores de - 3 y + 3, por lo que la región de incumplimiento es pequeña, como se ilustra en la Figura 9.

La Figura 10 muestra en cambio que la región de incumplimiento es bastante amplia para el caso PD = 99 %, como debe ser para una probabilidad de incumplimiento tan alta.

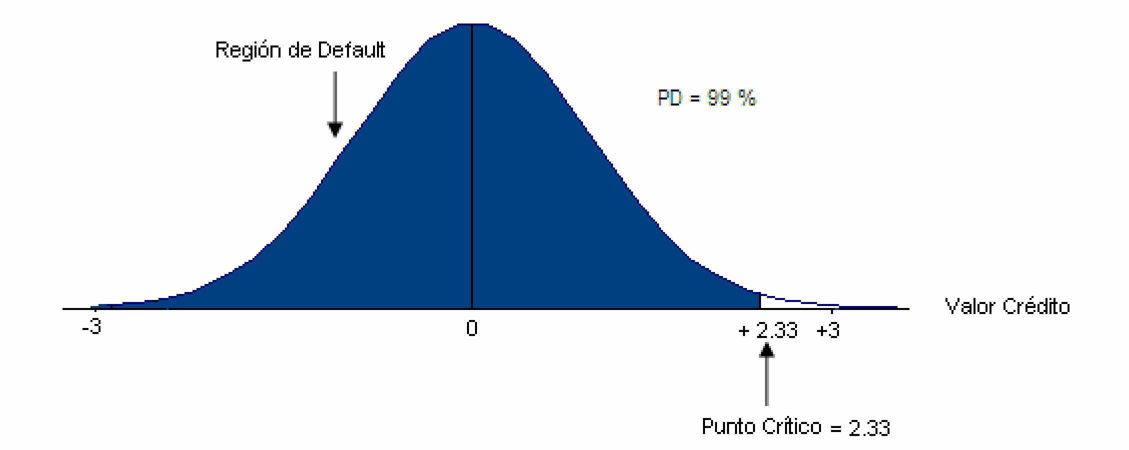


Figura 10: Región de incumplimiento para un crédito con PD = 99 %

Finalmente, la Figura 11 muestra que, para el caso PD = 50 %, es igualmente factible que un crédito caiga o no en incumplimiento al correr las simulaciones, lo que corresponde naturalmente a una probabilidad de incumplimiento del 50 % (equivalente a lanzar una moneda).

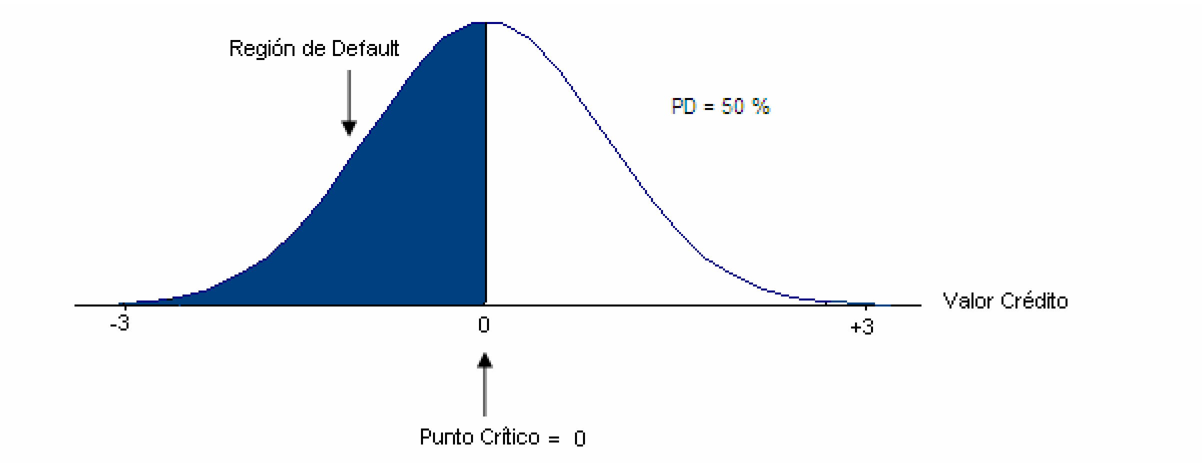


Figura 11: Región de incumplimiento para un crédito con PD = 50 %

$\rho = 1$: El modelo se simplifica en: Si $Z < \text{Punto Crítico}_i\ ,1,0$;

En este caso todo el riesgo es sistemático*,* y si se cumple que el shock aleatorio común Z es menor que el punto crítico del crédito *i,* dicho crédito caerá en incumplimiento.

Note que en el caso que los créditos tengan la *misma PD* (y por lo tanto, el *mismo punto crítico*), si se cumple que Z < Punto Crítico, entonces *todos los créditos caerán en incumplimiento*, confirmando que este es el escenario de riesgo sistémico.[36]

$\rho = 8$ %: En este caso el modelo es: Si $0{,}08\, Z + 0{,}9968 \cdot \varepsilon_i < \text{Punto Crítico}_i\ ,1,0$;

Este caso corresponde a una combinación de riesgo individual y riesgo sistemático, con una mayor ponderación hacia el riesgo individual debido al bajo valor de la correlación ρ.

3.1) LGD y EAD en el modelo de simulación

Cada simulación del modelo produce un valor de pérdida total de la cartera, según caigan o no en incumplimiento cada uno de los *N* créditos, tal como se explicó en la sección anterior (esto es, generando un shock aleatorio común *Z* y un shock aleatorio individual ε_i).

Con mayor precisión, si un crédito cae en incumplimiento, la exposición EAD se multiplicará por la LGD correspondiente para obtener el valor de la pérdida para dicho crédito. El valor total de pérdida para esa simulación se obtendrá sumando los valores de pérdida individuales (de existir el incumplimiento, esto es, si se cumple la condición expresada por la Ecuación (7), que incorpora las nociones mismas de Basilea sobre exposición y severidad *dado el incumplimiento*).

Utilizando este modelo se correrán 10,000 simulaciones para obtener 10,000 posibles valores de pérdida de la cartera, a partir de las cuales se obtendrá *un escenario* de pérdida esperada, requerimiento de capital, y VAR al 99,9 %, que serán comparables a los indicadores del modelo de Basilea.[37]

Por ejemplo, si existen *N* = 50 créditos en la cartera, cada escenario se genera mediante 10,000 simulaciones del siguiente modo:

- Generación de 10,000 números aleatorios para el shock aleatorio común Z;
- Generación de 10,000 x 50 números aleatorios para los shocks individuales ε_i (10,000 shocks individuales para cada uno de los 50 créditos).

Estas 10,000 simulaciones producen *un escenario* de pérdida esperada, requerimiento de capital por pérdida inesperada, y VAR al 99,9 %, como se describirá a continuación. Para producir un segundo escenario habría que repetir otras 10,000 simulaciones.

---

[36] Ver Navarrete (2005a) para más ejemplos y casos.

[37] En este contexto un escenario se encuentra conformado por 10,000 simulaciones; existen otras convenciones que llaman "simulación" al escenario e "iteraciones" a las simulaciones.

3.2) Pérdida esperada, inesperada y VAR en el modelo de simulación

Los 10,000 valores de pérdida obtenidos por simulación permiten *generar una distribución de pérdida* para la cartera como la que se muestra en la Figura 12, que es el análogo de la distribución teórica ilustrada en la Figura 2.[38]

Distribución Pérdidas, Portafolio

Simulaciones:	10,000
Mediana:	4,178.00
Moda:	1,211.00
Percentil 99,9 %	15,092.29

Promedio:	4,535.55
Desvest:	2,571.66
Sesgo:	0.85
Curtosis relativa:	0.69

Jarque-Bera:	1,239.58
90%	4.61
95%	5.99
99%	9.21

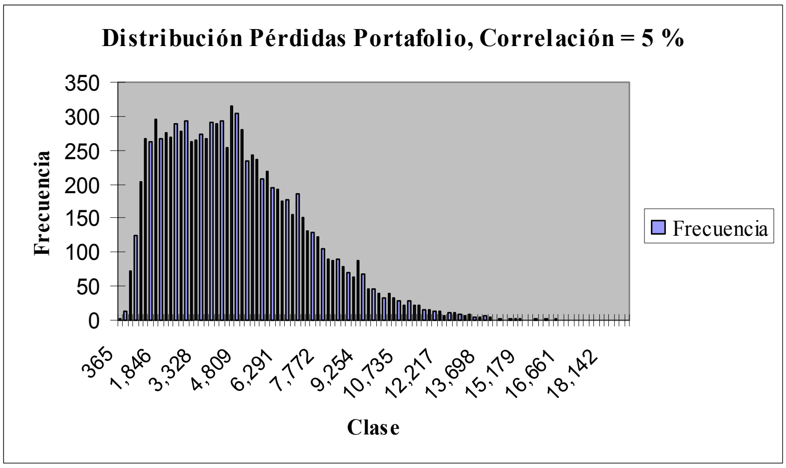


Figura 12: Ejemplo de distribución de pérdida generada con 10,000 simulaciones

A partir de la distribución generada por simulación, la pérdida esperada para la cartera se obtendrá como la *media* (promedio) de las 10,000 pérdidas generadas; el VAR como el *percentil del 99,9 %* de los 10,000 valores de pérdida de la distribución, y el requerimiento de capital por pérdida inesperada como la *diferencia* entre el VAR al 99,9 % y el valor de la pérdida esperada, de acuerdo con la Ecuación (2) y la Figura 5.[39]

3.3) Comparación entre el modelo de Basilea y el modelo de simulación

Note que en el modelo de simulación contamos con los parámetros PD y correlación uniforme ρ, al igual que en el modelo de Basilea, por lo que ambos modelos son en principio comparables.

Recuerde que la Ecuación (4):

$$K = \left(LGD \cdot N\left[\frac{G(PD)}{(1-R)^{0,5}} + \left(\frac{R}{1-R}\right)^{0,5} G(0{,}999) \right] - PD \cdot LGD \right) \qquad (4)$$

proporciona el cálculo del requerimiento de capital en porcentaje, o por unidad monetaria, en el modelo de Basilea. De esta ecuación podemos remover el término LGD de ambos términos para obtener K´:

[38] Las distribuciones y los valores obtenidos para un portafolio de microfinanzas se discutirán en la sección de resultados.

[39] En ocasiones se define la pérdida inesperada como la *desviación estándar* de las 10,000 pérdidas generadas, pero como se comentó antes, en este documento no se seguirá esa definición.

$$K' = \left(N\left[\frac{G(PD)}{(1-R)^{0,5}} + \left(\frac{R}{1-R}\right)^{0,5} G(0,999) \right] - PD \right) . \qquad (4')$$

Recordando que como el capital requerido (en unidades monetarias) es igual a:

$$K\,Req = EAD * K\,, \qquad (5)$$

esto es equivalente a tomar:

$$K\,Req = (EAD * LGD) * K'\,, \qquad (5')$$

lo que nos permite separar el requerimiento de capital de Basilea en un término monetario *(EAD * LGD)* y un término porcentual K' que *es función únicamente de la correlación (R) y de la probabilidad de incumplimiento (PD)*.

Por lo tanto, si consideramos créditos a la microempresa como parte de "otros créditos minoristas", el requerimiento de capital en el modelo de Basilea se encuentra totalmente determinado por los valores de la correlación (R) y de la probabilidad de incumplimiento (PD), del mismo modo que el modelo de simulación, lo que nos permitirá comparar ambos modelos.[40]

3.4) <u>Cálculo de requerimiento de capital según modelo de simulación</u>

Como se explicó anteriormente, un portafolio de microcréditos, considerado como "otros créditos minoristas", permite enfocarnos en el efecto de la PD y la correlación sobre el VAR y el requerimiento de capital en los modelos de Basilea y de simulación.

En ambos modelos cada crédito cuenta con su propia probabilidad de incumplimiento, PD_i, pero existe una diferencia en el tratamiento de la correlación. Como Basilea realiza los cálculos a nivel de créditos individuales, existe una *correlación R_i para cada uno de los créditos* de la cartera en función de la probabilidad de incumplimiento, PD_i. Como se recordará, esta función de correlación está dada por la Ecuación (3) y por la curva para "otros créditos minoristas" que desciende del 16 % al 3 % en función de la PD (en amarillo en la Figura 8).

Por otro lado, el modelo de simulación cuenta con *un solo valor* de la correlación ρ para generar el escenario de pérdidas a nivel agregado. Como se desea comparar el modelo de simulación con el de Basilea, un modo de proceder en el caso de portafolios con PDs diferentes consiste en *segmentar* el portafolio por diferentes tramos de PDs uniformes, y a cada tramo aplicar el modelo de simulación utilizando la correlación correspondiente a esa PD (dicha correlación estaría dada por la Ecuación 3).

---

[40] Si se llegara a considerar la cartera de microempresa como si fuera parte de PYMES, habría que aplicar otro conjunto de fórmulas que incluyen ajustes por maduración (M) y por tamaño de la empresa (S), además de que habría conclusiones muy distintas en cuanto a requerimientos de capital, como se discute en Navarrete (2005b).

En el caso de que las PDs fueran todas diferentes, o si se quisiera aproximar el procedimiento utilizando *una sola* correlación, una alternativa consistiría en utilizar como aproximación la PD promedio ponderada, calculada a partir de las PDs de los créditos individuales, y según la Ecuación (3) determinar el valor de la correlación correspondiente a esta PD promedio. Sin embargo, como se explica en otro documento (Navarrete 2005b), si se quisiera utilizar *una sola correlación representativa* se recomendaría usar la correlación obtenida mediante la Ecuación (3) a partir de la PD *mediana* en vez de la promedio ponderada, ya que en muchos casos esto equivale a tomar la mediana de las correlaciones individuales.[41]

3.5) Portafolio Heterogéneo

El portafolio al que se le aplicaron ambos modelos con fines comparativos es un caso particularmente sencillo para que pueda ser replicado, pero suficientemente completo para mostrar el resultado general.

Se consideró una cartera modelo con un total de 50 créditos a microempresas. En esta cartera las PDs son diferentes, por lo que hablaremos de un portafolio "heterogéneo". La composición de la cartera se muestra en el Apéndice 1.[42]

Como el objetivo es comparar tanto los indicadores de pérdida como el requerimiento de capital entre ambos modelos, inicialmente se utilizó en el modelo de simulación una correlación del 5 %, que corresponde a la correlación *mediana* de la cartera según las fórmulas de Basilea.[43]

4) RESULTADOS – PORTAFOLIO HETEROGÉNEO

4.1) Cálculo de requerimiento de capital según Basilea (créditos individuales)

Aplicamos a *cada uno* de los créditos i del portafolio las fórmulas de Basilea de pérdida esperada, $EL_i = PD_i \; x \; LGD_i \; x \; EAD_i$ y requerimiento de capital, $K \; Req_i = EAD_i * K_i$, donde K_i está dado por la Ecuación (4):

$$K_i = \left(LGD_i \cdot N\left[\frac{G(PD_i)}{(1-R_i)^{0,5}} + \left(\frac{R_i}{1-R_i}\right)^{0,5} G(0,999) \right] - PD_i \cdot LGD_i \right) \qquad (4)$$

Note que cada crédito i cuenta con su propio requerimiento de capital, K_i, determinado por la probabilidad de incumplimiento individual PD_i y la correlación R_i determinada

[41] Ver Apéndice 2 si se desea una ampliación sobre este detalle "técnico".

[42] Para efectos comparativos, este es el mismo portafolio que en Navarrete (2005b) pero en este caso se asume que los prestatarios son microempresas, no PYMES.

[43] En otras palabras, como la PD mediana del portafolio es 5,34 %, la correlación correspondiente a esta PD es 5 %, según la Ecuación (3). Sin embargo, resulta que este valor *también* corresponde a la *correlación mediana* de la cartera, una vez que se toma la mediana de las correlaciones obtenidas individualmente mediante la Ecuación (3) (ver Apéndice 2).

por la fórmula de Basilea para “otros créditos minoristas”, que se encuentra en función de la probabilidad de incumplimiento de cada crédito:

$$R_i = 0{,}03\left(\frac{1-e^{-35 \cdot PD_i}}{1-e^{-35}}\right) + 0{,}16\left(1-\frac{1-e^{-35 \cdot PD_i}}{1-e^{-35}}\right). \quad (3)$$

En principio cada crédito i puede contar con probabilidades de incumplimiento y correlaciones diferentes.

Tanto la pérdida esperada como el requerimiento de capital para el portafolio modelo se obtuvieron a partir de la agregación simple (suma) de la pérdida esperada y el requerimiento de capital de cada uno de los créditos ya que, como se mencionó anteriormente, Basilea no toma en cuenta la diversificación de la cartera.[44]

Los valores obtenidos para la cartera modelo fueron $4,580.97 para la pérdida esperada y $12,860.91 para el requerimiento de capital (al 99,9 %), como se muestra a continuación.

CALCULOS BASILEA

Indicadores		% Monto
Pérdida Esperada:	$4,580.97	2.66%
Capital al 99,9 %:	$8,279.94	4.80%
VAR al 99,9 %:	$12,860.91	7.46%

Figura 13: Cálculos de Basilea para el portafolio heterogéneo

Como se explicó en la primera sección, el VAR equivale a la suma de la pérdida esperada y el requerimiento de capital. Del mismo modo que los indicadores anteriores, el VAR se puede obtener tanto para operaciones individuales como para el total de la cartera. Para la cartera total se obtiene un VAR al 99,9 % de $ 12,860.91, que representa el 7,46 % del monto.

4.2) Cálculo de requerimiento de capital según modelo de simulación (Correlación 5 %)

La Figura 14 muestra una distribución de pérdida o “escenario” obtenido con 10,000 simulaciones; esto es, mediante la generación de 10,000 pérdidas para el portafolio modelo, generando un shock individual ε_i y un shock colectivo Z en cada simulación, como se explicó en la Sección 3.[45] La correlación ρ utilizada en la Ecuación 7 (modelo de simulación) fue del 5 % ya que, como se explicó anteriormente, este es el valor de la correlación mediana de la cartera.

[44] Como se explicó anteriormente, la pérdida esperada sí es aditiva, pero habría que realizar cálculos más complejos, como por ejemplo, multiplicaciones con matrices de correlaciones cruzadas ρ_{ij} para tomar en cuenta la diversificación de la cartera.

[45] Para correr las simulaciones se utilizó el programa @Risk, y Excel para graficar y presentar algunos datos producidos por las simulaciones.

Distribución Pérdidas, Portafolio

Simulaciones:	10,000
Mediana:	4,172.50
Moda:	1,211.00
Percentil 99,9 %	15,285.55

Promedio:	4,549.85
Desvest:	2,529.91
Sesgo:	0.84
Curtosis relativa:	0.67

Jarque-Bera:	1,361.72
90%	4.61
95%	5.99
99%	9.21

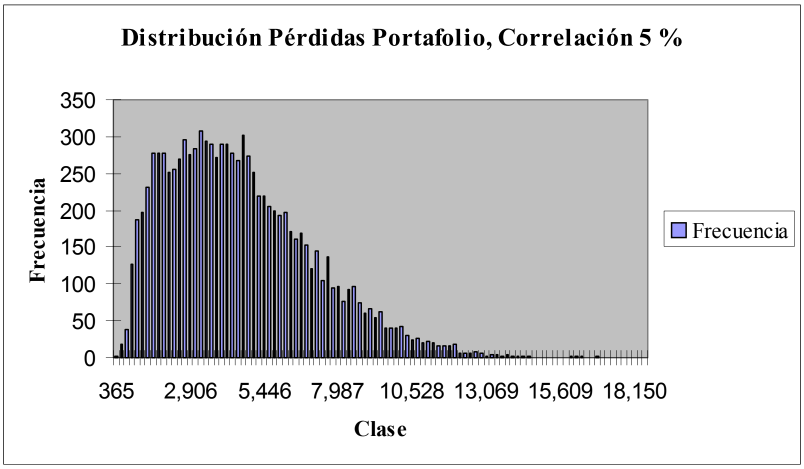


Figura 14: Escenario típico generado con 10,000 simulaciones, correlación 5 %

En la Figura 14 se puede apreciar la cola abultada de la distribución de pérdida. Note también que la distribución de pérdida es leptocúrtica (curtosis relativa positiva o "pico" mayor a la distribución normal), como generalmente ocurre en la práctica. Debido a la curtosis y al sesgo excesivos se produce un altísimo valor del estadístico Jarque-Bera, rechazando de modo concluyente que la distribución de pérdidas sigue una distribución normal.[46]

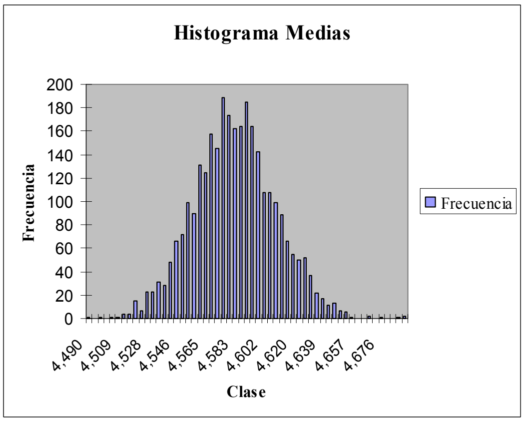
Note la diferencia en el cálculo del VAR entre Basilea y el modelo de simulación: en Basilea se aplican fórmulas en forma cerrada para calcular las pérdidas esperadas y requerimientos de capital a nivel individual, a partir de las cuales se obtienen los valores para la cartera total mediante agregación simple (suma), mientras que en la simulación, a partir de la distribución de pérdida generada, se obtiene directamente la pérdida esperada y el VAR para el total de la cartera utilizando, respectivamente, la media y el percentil del 99,9 % de la distribución de pérdida.

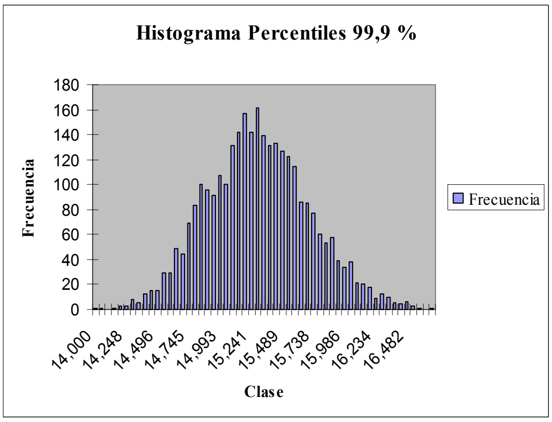
Note también que la distribución de pérdida ilustrada anteriormente como ejemplo (Figura 12, Sección 3) produjo valores de pérdida muy similares a la distribución mostrada en la Figura 14. Sin embargo, como un par de distribuciones o escenarios generados *no son suficientes* para obtener conclusiones generales, se produjeron en total *3,000 escenarios o distribuciones* de pérdida, cada uno realizado con 10,000 simulaciones.

Note que de *cada escenario o distribución de pérdida* (como los ilustrados en la Figuras 12 y 14) se obtiene *un solo valor* para la pérdida media o promedio (pérdida esperada) y para el percentil del 99,9 % (VAR), por lo que al generar 3,000 distribuciones de pérdida contamos con *3,000 valores* para cada uno de estos indicadores, con los cuales

[46] En la prueba de normalidad de Jarque-Bera se rechaza la hipótesis de normalidad (a cierto nivel de confianza estadística) si el valor Jarque-Bera obtenido con los datos es mayor que el valor crítico a dicho nivel de confianza (algunos valores críticos a diferentes niveles de confianza se muestran en el recuadro inferior de la Figura 14). Note que el valor JB obtenido es mucho mayor que cualquiera de los valores críticos de la tabla; por lo tanto podemos rechazar la hipótesis de normalidad.

se puede generar a su vez una *distribución* para cada uno de ellos, tal como se muestra en la Figura 15.[47]



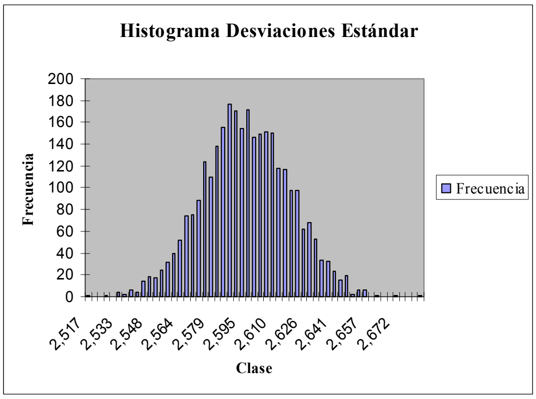


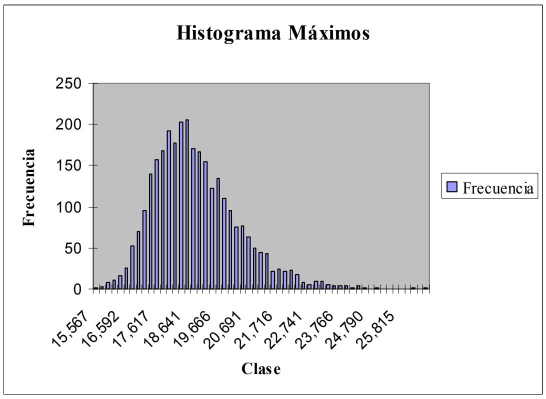
Distribución de las medias (3,000 Escenarios)

Media	4,581.37	Sesgo	0.11
Desvest	26.01	Curtosis relativa	0.15
Percentil 99,9 %	4,672.58	Jarque-Bera	8.49

Distribución de los percentiles del 99,9 % (3,000 Escenarios)

Media	15,274.49	Sesgo	0.17
Desvest	410.20	Curtosis rela	-0.08
Percentil 99,9 %	16,497.01	Jarque-Bera	15.55





Distribución de las desviaciones estándar (3,000 Escenarios)

Media	2,595.33	Sesgo	0.01
Desvest	21.85	Curtosis relativa	-0.08
Percentil 99,9 %	2,656.03	Jarque-Bera	0.82

Distribución de la pérdida máxima (3,000 Escenarios)

Media	18,832.72	Sesgo	0.88
Desvest	1,424.82	Curtosis rela	1.27
Percentil 99,9 %	24,478.38	Jarque-Bera	589.15

Figura 15: Distribuciones de las medias, percentiles del 99,9 %, desviaciones estándar y pérdidas máximas de los 3,000 escenarios generados con correlación 5 %

Cabe resaltar que esta es otra diferencia importante entre Basilea y el modelo de simulación: mientras que Basilea proporciona *estimadores puntuales* de pérdida (esto es, *valores numéricos* individuales obtenidos mediante las fórmulas), el modelo de simulación nos permite obtener *distribuciones completas* de los indicadores de pérdida, como las que se muestran en la Figura 15. Estas distribuciones aportan mucho más información que los estimadores puntuales (como por ejemplo, la *dispersión* de los estimadores de pérdida, los *percentiles* de las distribuciones de los estimadores, etc.).

---

[47] La Figura 15 también muestra las distribuciones de la desviación estándar y de la pérdida máxima generada con 3,000 escenarios, aunque estas distribuciones no se utilizarán en este estudio. La *pérdida máxima* de cada escenario se toma como el máximo de los valores de pérdida de las 10,000 simulaciones con las que se genera un escenario o distribución de pérdida.

Para comparar las distribuciones de pérdida generadas por simulación con los valores de pérdida obtenidos por Basilea, escogeremos *un punto* de la distribución, que puede ser la *media* (aunque también se pudiera seleccionar la mediana); en nuestro caso no existe gran diferencia ya que, como se puede apreciar de la Figura 15, los tres primeros indicadores siguen distribuciones simétricas de tipo normal, a diferencia de la distribución de la pérdida máxima, que sigue una distribución característica de eventos extremos.[48]

La Figura 16 muestra las *medias* de las distribuciones de cada uno de los cuatro estadísticos producidos con los 3,000 escenarios. Estos valores se tomarán como *estimadores puntuales* para realizar comparaciones con los estimadores de Basilea.

Media:	$4,581.37
Desvest:	$2,595.33
Percentil 99.9 %:	$15,274.49
Máximo:	$18,832.72

Figura 16: Estimadores de pérdida generados con 3,000 escenarios, correlación 5 %

Como por ahora nos interesa únicamente la distribución de la pérdida media (pérdida esperada) y la del percentil del 99,9 % (VAR), notamos de la Figura 16 que estas distribuciones cuentan con medias de $ 4,581.37 y $ 15,274.49, respectivamente.

Note que el valor de $ 4,581.37, alrededor del cual se ubica la distribución de pérdidas esperadas, corresponde perfectamente a la pérdida esperada de Basilea ($4,580.97). Sin embargo, el valor de $ 15,274.49, alrededor del cual se encuentra aproximadamente la distribución de los percentiles del 99,9 %, muestra que el VAR al 99,9 % obtenido por Basilea ($ 12,860.91) es *substancialmente menor*.

¡Note incluso que el valor del VAR del 99,9 % de Basilea queda fuera de la distribución de los percentiles del 99,9 % provenientes de los 3,000 escenarios generados! [49]

De hecho, si tomamos la media de la distribución de percentiles del 99,9 % como estimador puntual del VAR al 99,9 %, concluimos que *el VAR obtenido por Basilea es un 18,8 % menor que el obtenido por simulación.* Esta conclusión será probada más adelante variando el valor de la correlación.

Finalmente, se podría argumentar que el número de escenarios considerados (3,000) es arbitrario - ¿Por qué no generar un número mayor? La Figura 17 muestra cómo cambian las *medias* de las distribuciones (que estamos tomando como estimadores) al aumentar el número de escenarios.

[48] Asimétrica y de colas anchas, como se muestra en la Figura 15. Note que según el estadístico Jarque-Bera no se puede rechazar a un nivel de confianza del 99 % la hipótesis de normalidad para las 3,000 medias, ni para los 3,000 valores de las desviaciones estándar.
[49] De los 3,000 percentiles del 99,9 % generados, el mínimo fue de $ 14,000.

	1,000	2,000	3,000	4,000
Media:	4,581.43	4,581.54	4,581.37	4,581.36
Desvest:	2,594.63	2,595.12	2,595.33	2,595.24
Percentil 99,9 %:	15,269.60	15,274.04	15,274.49	15,273.12
Máximo:	18,787.67	18,835.10	18,832.72	18,847.86

Figura 17: Variación en los estimadores de pérdida al aumentar el número de escenarios[50]

Como se muestra en la Figura 17, los valores que estamos tomando como estimadores puntuales para la pérdida esperada y el VAR al 99,9 % se encuentran estables con 3,000 escenarios, ya que al considerar 1,000 escenarios adicionales, el cambio en estos valores es negligible (menos del 0,01 % en el caso de los tres primeros estimadores, y menos del 0,1 % en el caso de la pérdida máxima). Por lo tanto no es necesario generar escenarios adicionales.[51]

4.3) Nivel de confianza real de Basilea comparado con la simulación (Correlación 5 %)

Debido a que el esquema de Basilea produce un VAR *menor* que el modelo de simulación y que requiere menos capital, podemos preguntar:

¿Qué nivel de confianza requiere Basilea en relación con el modelo de simulación?

Como muestra la Figura 18, donde se grafican 10 distribuciones de pérdida (similares a las de las Figuras 12 y 14), con un nivel de confianza del 99 % y una correlación del 5 %, el modelo de simulación produce valores de pérdida de aproximadamente $ 12,168, que son menores al VAR de Basilea de $ 12,861, por lo que anticipamos que en el modelo de simulación se requiere un nivel de confianza *menor* al 99,9 % pero *mayor* que el 99 % para obtener un valor del VAR comparable al de Basilea.

[50] Note que esperaríamos que la *pérdida máxima* aumente monotónicamente al aumentar el número de escenarios; sin embargo, el valor de la *media* de la distribución de las pérdidas máximas puede disminuir ligeramente, como ocurre al pasar de 2,000 a 3,000 escenarios, si es que los valores máximos se obtuvieron al correr los primeros escenarios.

[51] De hecho, como muestra la Figura 17, 2,000 escenarios o incluso 1,000 serían suficientes.

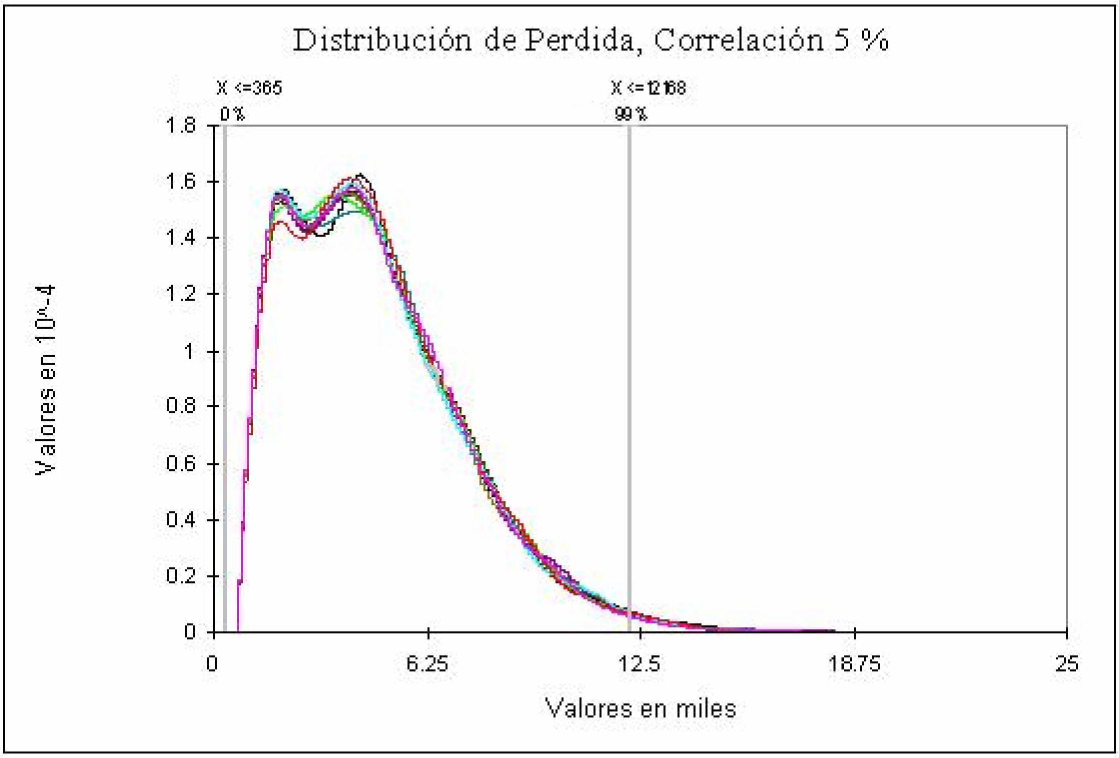


Figura 18: Percentil del 99 % para 10 distribuciones o escenarios de pérdida

Para responder con precisión la pregunta planteada se utilizaron los 3,000 escenarios generados para obtener diversas distribuciones de percentiles de pérdida a diferentes niveles de confiabilidad estadística, con el objeto de identificar la distribución de percentiles cuya *media* cuente con un valor similar al VAR producido por Basilea.[52]

La Figura 19 ilustra la situación.

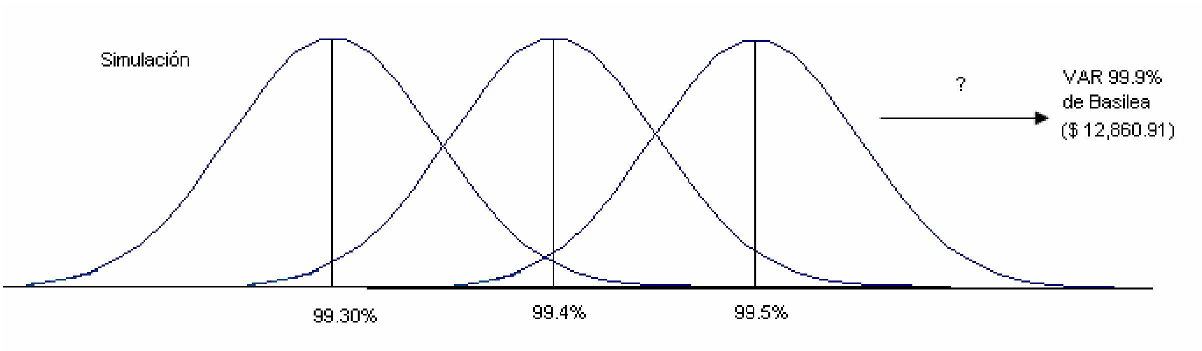


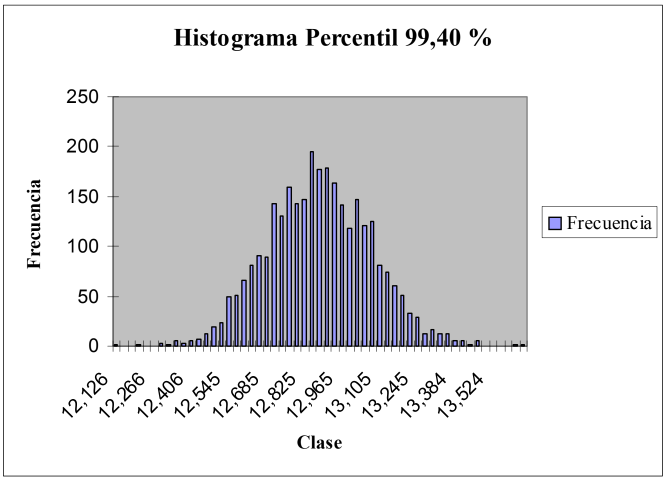
Figura 19: Identificación de la distribución de percentiles cuya media cuente con un valor similar al VAR producido por Basilea

Note de la Figura 19 que al aumentar el nivel de confianza, las distribuciones correspondientes a los diferentes percentiles de pérdida se van trasladando *a la derecha.*

[52] De nuevo, podría haberse escogido el valor de la mediana, pero con sesgo positivo, el valor de la media es mayor al de la mediana, por lo que el enfoque utilizado es más conservador.

El resultado que se obtuvo es el siguiente: Con una correlación por riesgo sistemático del 5 %, es suficiente considerar la distribución de percentiles del 99,40 % producidos por los 3,000 escenarios para obtener un VAR comparable al valor de Basilea.

La Figura 20 muestra la distribución de percentiles del 99,40 % de los 3,000 escenarios generados.



Distribución del percentil del 99,40 % (3,000 Escenarios)

Media	12,866.79	Sesgo	0.06
Desvest	192.00	Curtosis relativa	0.05
Percentil 99,9 %	13,460.00	Jarque-Bera	2.17

Figura 20: Distribución de percentiles del 99,40 %, 3,000 escenarios generados, correlación 5 %

Como se muestra en la Figura 20, la distribución de percentiles del 99,40 % cuenta con una media de $ 12,866.79, comparable al valor del VAR estimado con las fórmulas de Basilea ($ 12,860.91). Note que algunos escenarios produjeron percentiles del 99,40 % con valores mayores.[53]

Concluimos que con una correlación del 5 % por riesgo sistemático, *el requerimiento de capital de Basilea correspondería al percentil del 99,40 % y no al del 99,9 %* con relación al modelo de simulación. Si pensamos que el modelo de simulación es más confiable, esto significa que el nivel de confianza *real* de Basilea es menor al 99,9 %.

Aunque la diferencia entre el percentil del 99,40 % y del 99,9 % parecería no ser significativa, podemos observar que en un escenario de 10,000 simulaciones de pérdida, si ordenamos las pérdidas de mayor a menor (más severa a menos severa), la diferencia equivaldría a tomar la pérdida en el rango o lugar número 10 (percentil del 99,9 %) vs. la pérdida en el lugar número 60 (percentil del 99,40 %), lo cual *es una diferencia significativa* en el caso de tener distribuciones de colas anchas como las que hemos observado en las Figuras 12 y 14.

[53] Otra alternativa al procedimiento empleado consistiría en escoger una distribución de percentiles con una media *menor*, tal que el percentil del 99,9 % de dicha distribución corresponda a la pérdida estimada por Basilea. El enfoque seleccionado es más conservador.

La Figura 21 muestra algunos rangos y percentiles de pérdida para el caso de 10,000 pérdidas ordenadas de mayor a menor.[54]

Rango	Percentil
1	99.99%
5	99.95%
10	99.90%
20	99.80%
40	99.60%
60	99.40%
80	99.20%
100	99.00%

Figura 21: Rangos y percentiles de pérdida para 10,000 pérdidas ordenadas de mayor a menor

4.4) Cálculo de requerimiento de capital según modelo de simulación (Correlación 0 %)

Una vez que se ha visto que Basilea produce un VAR y un requerimiento de capital más bajo que el modelo de simulación, podemos analizar si la conclusión se mantiene aún en el caso de una *correlación de 0 %*, que como se mencionó anteriormente, es la correlación *mínima* permisible en el modelo de simulación que estamos considerando.

Utilizaremos esta correlación mínima ya que como el requerimiento de capital aumenta al incrementarse el valor de la correlación, esperaríamos que con una correlación de cero las distribuciones de pérdidas generadas se trasladen *hacia la izquierda*, produciendo valores de VAR y de requerimiento de capital por pérdida inesperada más cercanos a los valores tan bajos que se obtienen con el modelo de Basilea para carteras de microfinanzas.[55]

El valor de la correlación por riesgo sistemático es crítico tanto en el modelo de Basilea como en el de simulación ya que al aumentar el valor de la correlación se generan cada vez *colas más anchas* en la distribución de pérdida. Como se comentó en la Sección 3, en el caso extremo de una correlación del 100 % y un mismo punto crítico de incumplimiento, si ocurre que el shock aleatorio común Z es menor que el punto crítico, entonces *todos los créditos caerán en incumplimiento*. Este caso puede no ocurrir frecuentemente (depende del valor de la PD, que determina la ubicación del punto crítico), pero de ocurrir en una simulación generará una cola ancha, es decir, un valor de pérdida en el extremo de la distribución.

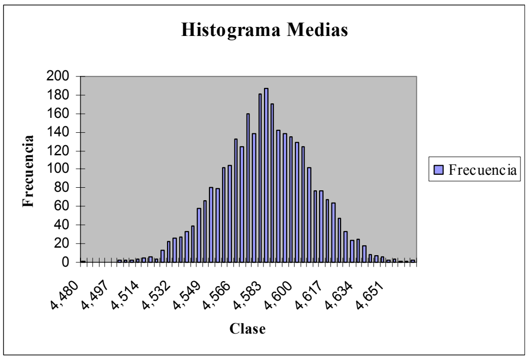
---

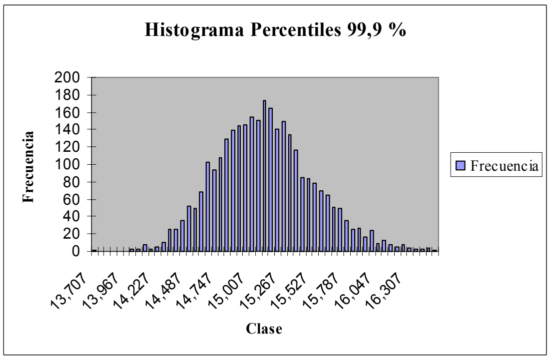
[54] En general, para un total de N observaciones, el percentil correspondiente al rango n, $1 \le n \le N$, se obtiene mediante la fórmula $(N - n)/N$. La fórmula $(N - n + 0{,}5)/N$ también se utiliza.

[55] La variación en el valor de la correlación afecta a las distribuciones de los estimadores que tienen que ver con la *dispersión* de las pérdidas (VAR, requerimiento de capital por pérdida inesperada y pérdida máxima), por lo que no deberíamos esperar una traslación de la distribución de la pérdida esperada.

En el otro extremo, una correlación de cero correspondería a la independencia de la cartera con el riesgo sistemático.[56] Esta es la situación más favorable, y si hubiera posibilidad de que el modelo de simulación produjera valores tan bajos para el VAR y el requerimiento de capital como los que produce Basilea, tendría que ser con esta correlación mínima.

La Figura 22 a continuación muestra la distribución de las medias (pérdida esperada), de los percentiles del 99,9 % (VAR), de las desviaciones estándar y de las pérdidas máximas, generadas con 3,000 escenarios de pérdida utilizando una correlación de 0 %.



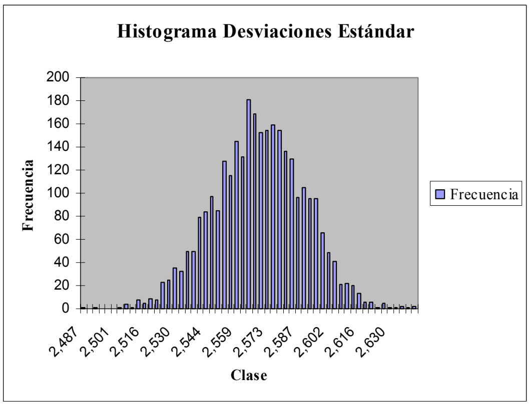


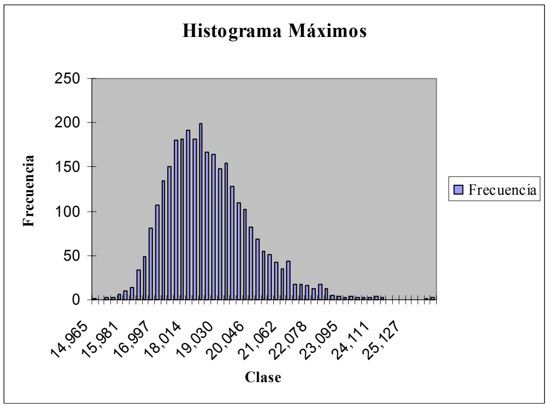
Distribución de las medias (3,000 Escenarios)

Media	4,581.12	Sesgo	-0.06
Desvest	25.40	Curtosis relativa	-0.01
Percentil 99,9 %	4,655.69	Jarque-Bera	2.09

Distribución de los percentiles del 99,9 % (3,000 Escenarios)

Media	15,090.20	Sesgo	0.32
Desvest	400.63	Curtosis rela	0.14
Percentil 99,9 %	16,442.01	Jarque-Bera	53.10





Distribución de las desviaciones estándar (3,000 Escenarios)

Media	2,567.77	Sesgo	-0.06
Desvest	21.04	Curtosis relativa	-0.01
Percentil 99,9 %	2,635.90	Jarque-Bera	2.03

Distribución de la pérdida máxima (3,000 Escenarios)

Media	18,589.45	Sesgo	0.84
Desvest	1,397.17	Curtosis rela	1.27
Percentil 99,9 %	24,134.56	Jarque-Bera	551.06

Figura 22: Distribuciones de las medias, percentiles del 99,9 %, desviaciones estándar y pérdidas máximas de los 3,000 escenarios generados con correlación 0 %

[56] En general, independencia en una variable aleatoria implica correlación cero, pero no viceversa. En esta sección estaremos asumiendo independencia de la cartera con el riesgo sistemático, aunque correlación cero es suficiente.

Note que de modo similar a las distribuciones generadas utilizando una correlación del 5 %, los tres primeros indicadores siguen distribuciones simétricas de tipo normal, a diferencia de la distribución de la pérdida máxima.

La Figura 23 muestra las medias de las distribuciones de cada uno de los cuatro estadísticos producidos con los 3,000 escenarios. Al igual que en la sección anterior, estos valores se tomarán como estimadores puntuales para realizar comparaciones con los estimadores de Basilea.

Media:	$4,581.12
Desvest:	$2,567.77
Percentil 99.9 %:	$15,090.20
Máximo:	$18,589.45

Figura 23: Estimadores de pérdida generados con 3,000 escenarios, correlación 0 %

La Figura 24 muestra el comparativo de las medias de las cuatro distribuciones generadas con 3,000 escenarios utilizando correlaciones de 0 % y 5 %, así como la comparación con los estimadores de Basilea para la media (pérdida esperada), y percentil del 99,9 % (VAR).

	Correlación 0 %	Correlación 5 %	Basilea
Media:	$4,581.12	$4,581.37	$4,580.97
Desvest:	$2,567.77	$2,595.33	-
Percentil 99,9 %:	$15,090.20	$15,274.49	$12,860.91
Máximo:	$18,589.45	$18,832.72	-

Figura 24: Comparativo, estimadores de Basilea y medias de las cuatro distribuciones generadas con 3,000 escenarios utilizando correlaciones de 0 % y 5 %

Como se puede apreciar de esta figura, el estimador de la pérdida esperada (media) se mantiene en el mismo nivel que en el modelo de Basilea y que en el caso anterior de simulaciones realizadas con correlación del 5 % (como debe ser, ya que como se comentó anteriormente, la correlación afecta a los estimadores que tienen que ver con la *dispersión* de las pérdidas, pero no a la pérdida esperada).

Por consiguiente, a diferencia de la distribución de la pérdida esperada, las otras tres distribuciones efectivamente se desplazan *a la izquierda* al haber disminuido el valor de la correlación del 5 % al 0 % en las simulaciones, tal como lo muestran los valores de las medias en la Figura 24 y la comparación de las Figuras 15 y 22.

En particular, la media de la distribución de los 3,000 percentiles del 99,9 % generados es sensible a la correlación, variando de $15,274.49 a $15,090.20 al disminuir el valor de la correlación utilizada en las simulaciones, *pero de ningún modo llega al valor tan bajo de $ 12,860.91 obtenido por Basilea.*

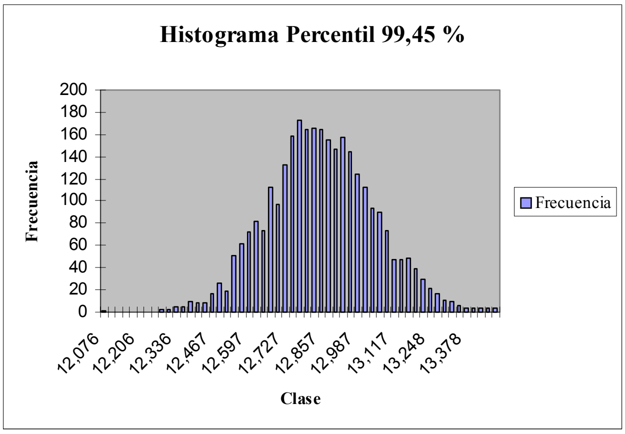
Como de los 3,000 percentiles del 99,9 % generados con correlación 0 % el valor mínimo fue de $ 13,707, *notamos de nuevo que el valor del VAR del 99,9 % de Basilea queda fuera de la distribución de los percentiles del 99,9 % provenientes de los 3,000 escenarios generados.*

Como el valor mínimo permisible para la correlación en el modelo de simulación utilizado es 0 %, concluimos que para el portafolio de microfinanzas considerado *no es posible obtener niveles tan bajos para el VAR del 99,9 % como plantea Basilea.*

4.5) <u>Nivel de confianza real de Basilea comparado con la simulación (Correlación 0 %</u>)

En este caso, con una correlación por riesgo sistemático de 0 %, es suficiente considerar la distribución de percentiles del 99,45 % producidos por los 3,000 escenarios para obtener un VAR comparable al obtenido por Basilea, siguiendo el criterio de la sección anterior.

La Figura 25 muestra la distribución de percentiles del 99,45 % de los 3,000 escenarios generados.



<u>Distribución del percentil del 99,45 % (3,000 Escenarios</u>)

Media	12,845.25	Sesgo	0.11
Desvest	190.39	Curtosis relativa	0.09
Percentil 99,9 %	13,460.00	Jarque-Bera	6.80

Figura 25: Distribución de percentiles del 99,45 %, 3,000 escenarios generados, correlación 0 %

Como se muestra en la Figura 25, la distribución de percentiles del 99,45 % cuenta con una media de $ 12,845.25, comparable al valor del VAR de $ 12,860.91 estimado por Basilea. Por lo tanto, con una correlación del 0 %, *el requerimiento de capital de Basilea correspondería al percentil del 99,45 % (y no al del 99,9 %) con relación al modelo de simulación.*

En un escenario de 10,000 simulaciones, si ordenamos las pérdidas de mayor a menor, la diferencia equivaldría a tomar la pérdida en el lugar número 10 (percentil del 99,9 %) vs. la pérdida en el lugar número 55 (percentil del 99,45 %), lo cual, como se comentó en la sección anterior, es una diferencia significativa cuando se cuenta con distribuciones con colas anchas como las que ocurren usualmente en riesgo de crédito.

CONCLUSIÓN

La Figura 26 muestra el resumen de las conclusiones obtenidas cuando se compara el modelo de Basilea con el modelo de simulación en un portafolio heterogéneo de microcrédito.

	Pérd. Esperada	Percentil 99,9 %	Percentil Real*
Basilea	4,580.97	12,860.91	-
3,000 Escenarios, ρ = 0 %	4,581.12	15,090.20	99.45%
3,000 Escenarios, ρ = 5 %	4,581.37	15,274.49	99.40%

* Percentil en las simulaciones con las que se obtiene el percentil del 99,9 % de Basilea

Figura 26: Comparativo, modelo de Basilea y de simulación

En esta figura la columna "Percentil Real" se refiere al percentil de la simulación con el que se obtiene un VAR comparable al de Basilea ($ 12,860.91). Note que al aumentar las correlaciones en la simulación se generan pérdidas mayores, por lo que basta tomar un percentil *menor* en la simulación para obtener un nivel de pérdida dado. Esto puede ser preocupante, ya que si la correlación por riesgo sistemático para microcréditos es mucho más alta que los valores considerados (0 % y 5 %), *esto significaría que Basilea estaría capturando percentiles de pérdida cada vez menores y no el 99,9 % que supuestamente cubre.*

Por otro lado, se podría argumentar que si bien Basilea no cubre las pérdidas del percentil del 99,90 % y sólo las del 99,40 % o 99,45 %, *¿qué tan grande puede ser la diferencia en términos monetarios ?*

La Figura 27 muestra las diferencias entre los valores de pérdida esperada y percentiles del 99,9 % obtenidos según Basilea y mediante el modelo de simulación, utilizando correlaciones del 0 % y 5 %.

			Diferencias con Basilea	
	Pérd. Esper.	Perc. 99,9 %	Pérd. Esper.	Perc. 99,9 %
Basilea	4,580.97	12,860.91	-	-
3,000 Escenarios, ρ = 0 %	4,581.12	15,090.20	0.00%	17.33%
3,000 Escenarios, ρ = 5 %	4,581.37	15,274.49	0.01%	18.77%

Figura 27: Comparativo, modelo de Basilea y de simulación

Como muestra la Figura 27, en el caso de la pérdida esperada la diferencia entre los valores producidos por Basilea y la simulación es negligible, mientras que la diferencia entre los percentiles del 99,9 % producidos por Basilea y las simulaciones con correlaciones de 0 % y 5 % se encuentra en el orden del 17,3 % y 18,8 % respectivamente, por lo que efectivamente *existen diferencias significativas entre las magnitudes de las pérdidas cuando éstas se encuentran en el extremo de la distribución.*

De hecho, ésta es justamente la importancia de las "colas anchas" de las distribuciones, donde se encuentran las pérdidas potenciales más importantes. Para analizar estas pérdidas potenciales que se encuentran en el extremo de la distribución se han desarrollado metodologías específicas tales como Expected Shortfall y la Teoría de Eventos Extremos (EVT). Estas metodologías se ilustrarán en un documento posterior.[57]

Note que como las colas anchas se generan especialmente cuando existe correlación por riesgo sistemático, *se esperaría que las diferencias entre los modelos de Basilea y de simulación se agranden si es que las correlaciones por riesgo sistemático para carteras de microfinanzas son más altas que las consideradas en este documento (0 % y 5 %), por lo que una estimación de dichas correlaciones para países fuera del G-10 es imprescindible.*

Finalmente, recuerde que en el portafolio heterogéneo se utilizó una correlación del 5 % para realizar las simulaciones ya que éste es el valor de la correlación mediana de la cartera. Sin embargo, este valor no deja de ser una aproximación, por lo que en un siguiente documento se aplicará el mismo análisis para portafolios o tramos de portafolios con PDs y correlaciones uniformes, con la finalidad de probar si se mantienen las mismas conclusiones.

---

[57] El *Expected-Shortfall* calcula el valor de pérdida no desde la media sino a partir del extremo de la distribución. La Teoría de Eventos Extremos trata de pronosticar el valor de la *pérdida máxima*, que es un problema de naturaleza diferente al de calcular un percentil, por más alto que éste sea, como lo sugieren las distribuciones de los máximos de las Figuras 15 y 22.

REFERENCIAS

Basel Committee on Banking Supervision, BCBS (2003), "*The New Basel Capital Accord. Consultative Document*", Abril 2003.

Basel Committee on Banking Supervision, BCBS (2004a), "*Modifications to the Capital Treatment for Expected and Unexpected Credit Losses in the New Basel Accord*", Enero 2004.

Basel Committee on Banking Supervision, BCBS (2004b), "*International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A Revised Framework*", Junio 2004.

Basel Committee on Banking Supervision, BCBS (2005), "*An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions*", Julio 2005.

Merton, R. C. (1974), "*On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates*", Journal of Finance **29**, 449 - 470.

Navarrete, E. (2004a), "*Explicación de las Fórmulas de Basilea: Replanteamiento en la Medición del Requerimiento de Capital por Pérdidas Inesperadas*", Documento Interno, Scalar Consulting.

Navarrete, E. (2004b), "*Cálculos de Requerimiento de Capital para PYMES mediante el Modelo Binomial*", Documento Interno, Scalar Consulting.

Navarrete, E. (2005a), "*El Modelo Unifactorial de Simulación: Generación de Colas Anchas en Función de la Correlación*", Documento Interno, Scalar Consulting.

Navarrete, E. (2005b), "*Requerimientos de Capital y Ponderaciones de Riesgo para Exposiciones a PYMES: ¿Qué tan fuertes son estos requerimientos según Basilea ?",* Documento Interno, Scalar Consulting.

Vasicek O. (1991), "*Limiting Loan Loss Probability Distributio*n", KMV Corporation.

Vasicek, O. (2002), "*Loan portfolio value*", RISK, December 2002, 160 - 162.

APÉNDICE 1

PORTAFOLIO 50 CRÉDITOS

	I	II	III	IV
Crédito	PD	LGD	EAD	R
1	99.00%	10.00%	$1,000	3.00%
2	99.00%	11.00%	$1,100	3.00%
3	80.00%	12.00%	$1,200	3.00%
4	78.00%	13.00%	$1,300	3.00%
5	75.00%	14.00%	$1,400	3.00%
6	50.00%	15.00%	$1,500	3.00%
7	50.00%	16.00%	$1,600	3.00%
8	40.00%	17.00%	$1,700	3.00%
9	30.00%	18.00%	$1,800	3.00%
10	25.00%	19.00%	$1,900	3.00%
11	20.00%	20.00%	$2,000	3.01%
12	20.00%	21.00%	$2,100	3.01%
13	10.00%	22.00%	$2,200	3.39%
14	9.45%	23.00%	$2,300	3.48%
15	8.90%	24.00%	$2,400	3.58%
16	8.35%	25.00%	$2,500	3.70%
17	7.80%	26.00%	$2,600	3.85%
18	7.25%	27.00%	$2,700	4.03%
19	6.69%	28.00%	$2,800	4.25%
20	6.14%	29.00%	$2,900	4.51%
21	5.59%	30.00%	$3,000	4.84%
22	5.54%	31.00%	$3,100	4.87%
23	5.48%	32.00%	$3,200	4.91%
24	5.43%	33.00%	$3,300	4.95%
25	5.37%	34.00%	$3,400	4.98%
26	5.32%	35.00%	$3,500	5.02%
27	5.26%	36.00%	$3,600	5.06%
28	5.21%	37.00%	$3,700	5.10%
29	5.15%	38.00%	$3,800	5.14%
30	5.10%	39.00%	$3,900	5.18%
31	5.04%	40.00%	$4,000	5.23%
32	4.99%	41.00%	$4,100	5.27%
33	4.93%	42.00%	$4,200	5.31%
34	4.88%	43.00%	$4,300	5.36%
35	4.82%	44.00%	$4,400	5.41%
36	4.77%	45.00%	$4,500	5.45%
37	4.71%	46.00%	$4,600	5.50%
38	4.66%	47.00%	$4,700	5.55%
39	4.60%	48.00%	$4,800	5.60%
40	4.55%	49.00%	$4,900	5.65%
41	4.49%	50.00%	$5,000	5.70%
42	4.43%	51.00%	$5,100	5.75%
43	4.38%	52.00%	$5,200	5.81%
44	4.32%	53.00%	$5,300	5.86%
45	4.27%	54.00%	$5,400	5.92%
46	4.21%	55.00%	$5,500	5.97%
47	4.16%	56.00%	$5,600	6.03%
48	4.10%	57.00%	$5,700	6.09%
49	4.05%	58.00%	$5,800	6.15%
50	3.99%	59.00%	$5,900	6.21%
	5.34%			5.00%
		Total:	$172,500	

Note que la correlación mediana del 5 % utilizada en las simulaciones se puede obtener de dos modos diferentes: 1) Obteniendo la PD mediana de la columna I (5,34 %), a la cual se le aplica la Ecuación (3) del texto para obtener la correlación del 5 %; (2) Obteniendo las correlaciones R_i mediante la aplicación de la Ecuación (3) a cada crédito individual (estas correlaciones se muestran en la columna IV), para luego obtener la mediana de esta columna de correlaciones. En ambos casos se obtiene una correlación del 5 %. Como se explica en el Apéndice 2, este resultado (homomorfismo) se obtiene generalmente con las *medianas*, pero no con el promedio ni con el promedio ponderado de los datos.

APÉNDICE 2

SOBRE EL USO DE LA MEDIANA COMO APROXIMACIÓN DE LA CORRELACIÓN

Definimos las operaciones M y φ como:

M = cálculo de la mediana sobre todas las observaciones *i*;
φ = cálculo de la correlación R_i correspondiente a la probabilidad de incumplimiento PD_i, utilizando la Ecuación (3) de Basilea:[58]

$$R_i = 0{,}03\left(\frac{1-e^{-35\cdot PD_i}}{1-e^{-35}}\right)+0{,}16\left(1-\frac{1-e^{-35\cdot PD_i}}{1-e^{-35}}\right) \qquad (3)$$

Cuando se selecciona la probabilidad de incumplimiento *mediana* de un portafolio heterogéneo, es común observar el siguiente homomorfismo:

$$\begin{tikzcd}
\underline{\text{PD}} & \underline{\text{CORREL}} \\
PD_i \arrow[r, "\varphi"] \arrow[d, "M"'] & R_i \arrow[d, "M"] \\
M(PD_i) \arrow[r, "\varphi"] & \varphi \circ M(PD_i) = M \circ \varphi(PD_i)
\end{tikzcd}$$

Figura A1: Homomorfismo se cumple con la mediana

Por lo que las siguientes ecuaciones (composición de funciones, leídas de derecha a izquierda), producen el mismo valor:

(A1) $\varphi \circ M(PD_i)$ (Diagrama de la izquierda de la Figura A1);

(A2) $M \circ \varphi(PD_i)$ (Diagrama de la derecha de la Figura A1).

Note que por (A1), si primero obtenemos la PD mediana de la cartera $M(PD_i)$, y luego aplicamos la Ecuación (3) para obtener la correlación correspondiente según el esquema de Basilea (función φ), esto es equivalente por (A2) a primero aplicar la Ecuación (3) a cada probabilidad de incumplimiento individual PD_i, obteniendo las correlaciones R_i, y luego obtener la mediana de estas correlaciones.

[58] La operación φ es una función descendente, convexa y 1 a 1, como se mostró en la Figura 8 del texto (en amarillo).

En efecto, podemos verificar en el portafolio del Apéndice 1 que:

$$\begin{tikzcd} \underline{\text{PD}} & \underline{\text{CORREL}} \\ \text{PD}_i \arrow[r, "\varphi"] \arrow[d, "\text{M}"'] & \text{R}_i \arrow[d, "\text{M}"] \\ 5{,}34\ \% \arrow[r, "\varphi"] & 5\ \% \end{tikzcd}$$

Figura A2: Homomorfismo con los datos del Apéndice 1

En otras palabras, como la PD mediana del portafolio es 5,34 %, la correlación correspondiente a esta PD es 5 %, según la Ecuación (3) (esto es, siguiendo el diagrama de la izquierda), pero también se tiene que podemos obtener las correlaciones individuales R_i mediante la aplicación de la Ecuación (3) (función φ) para luego obtener la mediana de estas correlaciones (siguiendo el diagrama de la derecha).

Note que esta propiedad *no se cumple* si utilizamos ya sea el promedio o el promedio ponderado (PP) de los datos, como lo muestran las Figuras A3 y A4:

	PD		**Correl**
PD Promedio	17.49%	φ	3.03%
PD PP	9.89%	$\longrightarrow$	3.41%
PD Mediana	5.34%		5.00%

Figura A3: Aplicación de la Ecuación 3 (función φ)

17.49%	**PD Promedio**		4.61%	**Correl Promedio- NO es Imagen de la PD Promedio con la función φ**
9.89%	**PD PP**		5.07%	**Correl PP - NO es Imagen de la PD PP con la función φ**
5.34%	**PD Mediana**	$\longleftrightarrow$	5.00%	**Correl Mediana - ES Imagen de la PD Mediana con la función φ**

Figura A4: Cálculo de promedio, promedio ponderado (PP) y mediana de la columna de correlaciones

En la Figura A3 se aplica la Ecuación 3 (función φ) a la PD promedio, promedio ponderada y mediana de la cartera para obtener el valor de las correlaciones respectivas. En la Figura A4 se toma el promedio, el promedio ponderado y la mediana de la columna de correlaciones del Apéndice 1 (columna IV).

Como se puede apreciar de las figuras, el valor final de la correlación obtenida es el mismo únicamente en el caso de las *medianas*.

Como este resultado es mucho más probable que ocurra utilizando el valor de las medianas, preferimos el uso de este estadístico sobre el uso del promedio o del promedio ponderado cuando se necesita obtener un solo valor para la correlación en un portafolio heterogéneo.[59]

[59] Note que cuando existe un número *impar* de datos, el valor de la mediana es un *valor real* de los datos (a diferencia del promedio y promedio ponderado, que pueden ser valores que no se encuentran en los datos). Sin embargo, el resultado se obtiene frecuentemente incluso cuando el número de datos es *par* y la mediana *no* es un valor real de los datos (como por ejemplo, en los datos del Apéndice 1).